ФГБОУ ВПО КГУ им. К.Э.Циолковского,
МБУ «Центр «Стратегия» г. Калуги,
МБОУ «Средняя общеобразовательная школа №13»

В.Н. Алексеева, Т.А. Баданова, С.Д. Фадеева

Методические рекомендации и учебные материалы для организации подготовки обучающихся 10-х – 11-х классов по программам профильного уровня

Калуга 2016

УДК 372.8
ББК 74.262.7
М54

Алексеева В.Н. Баданова Т.А. Фадеева С.Д.
М54 Методические рекомендации и учебные материалы для организации подготовки обучающихся 10-х–11-х классов по программам профильного уровня. – Калуга: Издательство «Эйдос», 2016. – 90 с.

Сборник содержит сравнительный анализ учебников математики, тексты контрольных работ для проведения мониторинга знаний и умений учащихся 10-х – 11-х классов, изучающих математику по программам профильного уровня, и критерии их оценивания, сканированные работы учащихся.

Данное пособие предназначено учителям математики, школьникам, студентам дневного и заочного отделений педагогических ВУЗов, обучающихся по профилям «Математика и физика» и «Математическое образование».

Рецензенты: *И.И. Савоськина* – кандидат физико-математических наук, доцент;
Т.И. Трунтаева – кандидат педагогических наук, доцент.

В мире современного информационного общества очень важно быть профессионалом своего дела, уметь отличать схожие вещи, разбираться в новом и строить узкопредметные направления, не оторванные от жизни, востребованные и интересные.
А.В.Хуторской

Предисловие

В данном пособии представлены материалы контрольных работ для проведения мониторинга знаний и умений учащихся 10-х – 11-х классов, изучающих математику по программам профильного уровня либо в физико-математических классах, либо в социально-экономических классах, а также учащихся, занимающихся по индивидуальным учебным планам в различных общеобразовательных учреждениях города Калуги в период с 2012 по 2016 г.

Предоставленные контрольные работы составлены в соответствии со следующими УМК:

- УМК для 10-11 классов "Алгебра и начала математического анализа". Профильный уровень. Авторский коллектив под руководством А.Г.Мордковича;
- УМК "Алгебра и начала математического анализа" для 10-11 классов. Профильный уровень. С.М. Никольский и коллектив авторов;
- УМК "Алгебра и начала математического анализа" для 10-11 классов. Профильный уровень. Ю. М. Колягин и коллектив авторов.

Цель данной работы – оказать методическую помощь учителям, работающим в профильных классах по вышеназванным комплектам, акцентируя особое внимание на оценке требований к подготовке обучающихся по данным программам.

Настоящее пособие содержит 5 разделов. В первый раздел включен сравнительный анализ содержания и последовательности изложения материала основных содержательных линий курса «Алгебры и начала анализа» обозначенных УМК, что позволит учителю, прежде всего только начинающему работать в профильных классах, понять особенности, логику УМК и выбрать наиболее оптимальный для работы, с учетом индивидуальных особенностей учащихся, соотнеся содержание изучаемого материала с заданиями контрольных работ, предложенных для мониторинга знаний и умений старшеклассников.

Во втором разделе предлагаются материалы 28 контрольных работ, составленных методистом по математике МБУ «Центра «Стратегия» совместно с рабочей группой педагогов города, ранее работающих в профильных классах. Данные контрольные работы могут быть использованы учителем как для подготовки к мониторингу, так и для внутреннего контроля знаний.

В третьем разделе приводится решение одной из контрольных работ с примерным оформлением, где показываются различные способы решения заданий.

Четвертый раздел пособия содержит анализ выполнения заданий контрольных работ за указанный период, что позволяет выявить типы заданий, представляющих наибольшие затруднения и в связи с выявленной тенденцией, наметить пути коррекции в знаниях обучающихся.

В пятом разделе пособия представлены отсканированные работы школьников, выполнивших контрольную работу на «хорошо» и «отлично». Этот материал может быть использовано педагогами в качестве одного из возможных вариантов оформления заданий, а также для анализа ошибок, которые приводят к снижению на один балл при оценивании.

В пособии также содержится приложение, в которое включены решения всех мониторинговых работ.

Данное пособие предназначено прежде всего для учителей математики профильных классов, студентов физико-математических факультетов педагогических ВУЗов, а также для учащихся, обучающихся по программам профильного уровня по математике.

Авторы выражают благодарность педагогам общеобразовательных учреждений города Калуга за предоставленные работы учащихся, а также В.В. Баданову и П.С. Золотухину за компьютерную обработку и верстку материалов.

Авторы данного пособия будут признательны за отзывы и предложения по улучшению и доработке пособи, которые просим присылать по адресу г.Калуга, ул. Луначарского д.26/18, каб.11, МБУ «Центр «Стратегия», либо по электронной почте alekseeva@uo.kaluga.ru.

1. Анализ учебников «Алгебра и начала математического анализа» физико-математического профиля

В настоящее время в классах физико-математического профиля при обучении математике наиболее часто используются следующие УМК:

- УМК для 10-11 классов "Алгебра и начала математического анализа". Профильный уровень. Авторский коллектив под руководством А.Г.Мордковича;
- УМК "Алгебра и начала математического анализа" для 10-11 классов. Профильный уровень. С.М.Никольский и коллектив авторов;

- УМК "Алгебра и начала математического анализа" для 10-11 классов. Профильный уровень. Ю.М.Колягин и коллектив авторов.

Каждый из них имеет свои особенности, логику и последовательность изложения материала в учебниках, которые должны быть положены в основу конструирования системы контролирующих заданий. Проведем сравнительный анализ последовательности и особенностей изложения основных содержательных линий школьного курса математики по учебникам УМК.

Числовая линия

В каждом из обозначенных учебников мы видим продолжение развития числовой линии. Первой главой, изучаемой в 10 классе, является глава «Действительные числа». Авторский коллектив под руководством А.Г.Мордковича строит изложение материала по принципу расширения числовых множеств, делая упор на делимость натуральных чисел, основную теорему арифметики натуральных чисел и аксиоматику действительных чисел, затем следует метод математической индукции. С.М.Никольский и коллектив авторов начинают главу с понятия действительного числа и свойств действительных чисел, далее рассматривается метод математической индукции, комбинаторный раздел (перестановки, размещения, сочетания) и материал, связанный с делимостью и сравнением на множестве целых чисел. Ю.М.Колягин и коллектив авторов начинают изучение главы с рациональных чисел, далее следуют действительные числа и добавляется арифметическая операция арифметический корень натуральной степени, степень с рациональным и действительным показателями.

Числовая линия в профильной школе завершается изучением комплексных чисел. В учебнике «Алгебра и начала анализа» 10 кл. под ред. А.Г.Мордковича этой теме отведена целая глава, изучаются понятие комплексного числа, формы записи, операции над комплексными числами (операция извлечения корня определена только для степени не выше третьей), решение квадратных уравнений на множестве комплексных чисел. В учебниках С.М.Никольского комплексные числа изучаются в конце 11 класса, это последняя глава учебника, рассматриваются вышеперечисленные вопросы, добавляется извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Аналогичная ситуация в учебнике Ю.М.Колягина, материал также изучается в конце 11 класса и аналогичен материалу в вышеописанных учебниках.

Функциональная линия

В каждом из обозначенных учебников мы видим продолжение развития функциональной линии, основная цель которой обобщение, систематизация и формирование знаний о функции как важнейшей математической модели, о способах ее задания и свойствах. Наряду с трансцендентными функциями (тригонометрическими, показательной, логарифмической) изучается степенная функция, что связано с обобщением понятия степень, а также происходит знакомство с такими функциями как целая часть числа и дробная часть числа. Последовательность и особенности изложения учебного материала по каждому из УМК значительно отличаются. Так, например, в учебнике под руководством А.Г.Мордковича в 10 классе вводится, а затем обобщается понятие числовой функции, систематизируются свойства, делается акцент на свойстве периодичности (это необходимо для изучения тригонометрических функций), вводится понятие обратной функции, которое в дальнейшем будет использовано для изучения обратных тригонометрических функций и логарифмической функции, как функции обратной показательной. Далее рассматриваются тригонометрические функции числового и углового аргументов, преобразование графиков функций и обратные тригонометрические функции. В начале 11 класса авторы продолжают функциональную линию и здесь изучаются степенные функции, их свойства и графики, а также показательная и логарифмическая функции, свойства и графики. Важно отметить, что в данном учебнике функционально-графическая линия является приоритетной, так как основной концепцией учебника является ориентация учебного материала на построение и изучение конкретных математических моделей окружающей действительности, которые зачастую представляют собой различные функциональные зависимости.

В учебнике «Алгебра и начала анализа» автор С.М.Никольский логика изложения учебного материала следующая: в 10 классе в теме «Корень степени n» обобщаются и систематизируются знания учащихся о понятии функция и отдельных видах функций, изучается степенная функция для натуральных значений показателя степени и функция. Далее изучается показательная функция, ее свойства и график. Затем изучается логарифмическая функция. И, хотя понятие обратной функции авторами еще не вводилось, данная идея используется для получения логарифмической функции на основе показательной, если поменять местами зависимую и независимую переменные. После изучения логарифмической функции, ее свойств и графика вводится понятие степенной функции и изучаются ее свойства и график для различных значений показателя степени. Также в 10 классе изучаются тригонометрические функции числового аргумента их основные свойства и графики. Первый параграф первой главы учебника 11 класса посвящен обобщению и систематизации знаний учащихся о понятии функция, ее свойствах и отдельных видах функций, осуществляется исследование функций элементарными методами и построение графиков, а также основные способы преобразования графиков функций. Далее вводится понятие обратной функции, взаимообратные функции и обратные тригонометрические, их свойства и графики.

Учебник "Алгебра и начала математического анализа" Ю.М.Колягин и коллектив авторов также имеет свои особенности изложения функциональной линии. В первой главе 10 класса повторяются и систематизируются знания учащих о видах функций, изученных в основной школе, а также о свойствах функций и преобразованиях графиков. Далее изучается степенная функция, ее свойства и график при различных значения показателя степени, взаимно обратные функции и дробно-линейная функция. Также в 10 классе изучается показательная функция, ее свойства и график и логарифмическая функция, как обратная показательной, что позволяет без особого труда, на основе сведений о свойствах и графике показательной функции, получить свойства и график логарифмической. Тригонометрические функции и обратные тригонометрии-ческим изучаются в первой главе учебника 11 класса.

Линия тождественных преобразований

В курсе алгебры и начал анализа 10-11 классов продолжается изучение линии тождественных преобразований. Эта линия находит свое развитие в преобразовании степенных выражений, тригонометрических и логариф-мических.

В учебнике под руководством А.Г.Мордковича изучение линии тождественных преобразований начинается в 10 классе, в главе «Преобра-зование тригонометрических выражений», где изучаются различные тригонометрические формулы и возможность их применения к преобразо-ванию выражений. В 11 классе, в главе «Степени и корни» изучаются свойства корня n-ой степени и свойства степени с рациональным показателем, формируются навыки по применению этих свойств при преобразовании иррациональных и степенных выражений. Завершается эта линия изучением свойств логарифмов и их применением к преобразованию логарифмических выражений.

Содержание этой линии в учебниках С.М.Никольского и Ю.М.Колягина практически совпадает с содержанием в учебнике А.Г.Мордковича.

Вероятностно-стохастическая линия

Вероятностно-стохастическая линия в учебнике под руководством А.Г.Мордковича представлена в двух главах в конце 10 и в конце 11 классов. Первая глава «Комбинаторика и вероятность посвящена изучению общих правил комбинаторики и различным выборкам. Здесь же изучаются основы теории вероятностей: классическое определение вероятности, теоремы суммы совместных и несовместных событий и следствия из них. Завершается вероятностно-стохастическая линия в конце 11 класса, где изучается геометрическое определение вероятности, повторные независимые испытания и схема Бернулли, а также статистические методы обработки информации и предельные теоремы Муавра-Лапласа, закон больших чисел.

Содержание вероятностно-стохастической линии в учебнике С.М.Никольского практически совпадает с содержанием этой линии в учебнике под руководством А.Г.Мордковича. Так в конце 10 класса вводится классическое определение вероятности, операции над событиями, вероятность суммы и произведения событий, статистическое определение вероятности, условная вероятность, математическое ожидание, повторные независимые испытания, схема Бернулли и закон больших чисел.

В учебнике "Алгебра и начала математического анализа" Ю.М.Колягина вероятностно-стохастическая линия представлена в 11 классе в главах «Комбинаторика» и «Элементы теории вероятностей». В первой главе автор рассматривает метод математической индукции (в выше рассмотренных УМК этот материал представлен в других разделах), общие правила комбинаторики и различные выборки. Материал второй главы практически совпадает с материалом, изложенным в других учебниках за исключением элементов статистики и закона больших чисел, которые в данном учебнике не рассматриваются.

Линия математического анализа

Линия математического анализа является одной из основных линий курса алгебры старшей школы. На данном этапе обучения, учащиеся знакомятся с основными понятиями математического анализа такими как предел, производная, интеграл и возможностями их применения как в математике, так и в смежных дисциплинах. Понимание сути основных понятий математического анализа позволяет проследить взаимосвязи между ними и расширяет возможности решения задач различных типов, в том числе прикладного характера.

Изучение элементов математического анализа в учебнике под руководством А.Г.Мордковича начинается в 10 классе в главе 7 «Производная». Здесь авторы дают определение числовой последовательности, как функции натурального аргумента, рассматривают свойства числовых последовательностей и вводят понятие предела числовой последовательности на языке окрестностей, вводится понятие сходящейся последовательности и изучаются ее свойства, далее изучаются основные теоремы о пределах, на основе которых формируются навыки по вычислению пределов последовательностей. Этот материал является пропедевтическим для изучения понятия «предел функции». Сначала авторы на наглядно интуитивном уровне формируют понятие предела функции на бесконечности, а затем предела функции в точке, что позволяет дать определение функции, непрерывной в точке, также изучаются основные теоремы о пределах и такие понятия как приращение функции и приращение аргумента. Таким образом, рассмотренный теоретический материал позволяет изучить одно из ключевых понятий математического анализа понятие производной функции в точке. В данном учебнике введению понятия производная предшествуют задачи, математическими моделями которых является предел отношения приращения функции к приращению аргумента. Полученные модели анализируются и обобщаются в результате чего формулируется определение производной функции в точке, дается алгоритм нахождение производной, основные правила дифференцирования, дифференцирование сложной и обратной функций. Далее вводится уравнение касательной к графику функции в заданной точке. Следующий раздел – это применение производной для исследования функций. Рассматривается связь между знаком производной и характером монотонности функции, в результате чего вводится соответствующая теорема, затем изучается применение производной к нахождению точек экстремума, необходимое и достаточное условие экстремума функции. Итогом этой работы является формулировка алгоритма исследования функции на монотонность и экстремумы. Авторы данного учебника уделяют отдельное внимание такому вопросу как применение производной для доказательства тождеств и неравенств. После этого следует построение графиков функций. Завершают данный раздел темы «Применение производной для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке» и «Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин». Важно отметить, что при рассмотрении таких задач авторы подробно описывают этапы работы над задачей: составление математической модели, работа с составленной моделью, ответ на вопрос задачи.

Следующий раздел линии математического анализа посвящен первообразной и интегралу. Рассматривается задача обратная задаче о нахождении мгновенной скорости материальной точки, вводится понятие первообразной функции и формулируется определение первообразной функции на некотором интервале. Затем формулируется теорема о том, что две первообразные отличаются на константу, рассматриваются правила нахождения первообразных и понятие неопределенного интеграла, правила вычисления неопределенного интеграла. Перед введением понятия определенный интеграл рассматриваются задачи, приводящие к этому понятию: задача о нахождении площади криволинейной трапеции, о вычислении массы стержня и о перемещении материальной точки, обобщаются полученные математические модули и формулируется определение определенного интеграла. Далее рассматривается формула Ньютона-Лейбница и применение определенного интеграла для вычисления площадей фигур.

Линия математического анализа в учебнике С.М.Никольского начинается в 11 классе с введения на конкретных примерах понятия предела функции на бесконечности и в точке. Понятие предела функции в точке дается с использованием понятия окрестности точки, изучаются первый и второй «замечательные» пределы, а также односторонние пределы, что позволяет сформулировать определение предела функции в точке, используя понятия левый и правый пределы. После этого изучаются свойства пределов функций, такие понятия как приращение функции и приращение аргумента, с использованием которых автор вводит понятие функции, непрерывной в точке и в дальнейшем формулирует соответствующее определение, с использованием понятия предела функции в точке. Понятие непрерывности функции в точке также рассматривается с использованием языка «Эпсилон, дельта». Введению понятия производная также предшествует рассмотрение задач прикладного характера, приводящих к появлению соответствующей математической модели, которая и является основой для формулировки определения. Затем изучаются теоремы о производной суммы и разности функций, о связи производной функции в точке с непрерывностью функции в точке, вводится понятие дифференциала, рассматриваются теоремы о производной произведения и частного функций, а также производная сложной и обратной функций. Далее следует раздел применения производной. Рассматривается применение производной для нахождения максимума и минимума функции на отрезке, уравнение касательной, доказывается теорема об уравнении касательной, применение производной к приближенным вычислениям, теорема о среднем, теорема Лагранжа, возрастание и убывание функции, теорема о связи знака производной и характера монотонности функции, теорема о локальном максимуме и минимуме. Затем изучаются производные высших порядков, выпуклость графиков функций, экстремум функции с единственной критической точкой, задачи на максимум и минимум, построение графиков функции с использованием производной. Завершается изучение производной формулой и рядом Тейлора.

Традиционно после изучения раздела «Применение производной» рассматривается тема «Первообразная и интеграл». Понятие первообразной также вводится на основе рассмотрения задачи, обратной нахождения мгновенной скорости материальной точки, дается определение первообразной и неопределенного интеграла и правила их вычисления, рассматривается замена переменной и интегрирование по частям. Далее вводится понятие криволинейной трапеции и определенного интеграла, рассматривается его геометрический смысл и приближенные способы вычисления, формула Ньютона-Лейбница, свойства определенного интеграла, применение определенного интеграла в геометрических и физических задачах, а также дифференциальные уравнения и задачи, приводящие к ним.

Линия математического анализа в учебнике Ю.М.Колягина и др. также начинает изучаться в 11 классе. Сначала авторы рассматривают числовые последовательности, вводят понятие предела последовательности на языке «Эпсилон», рассматривают свойства сходящихся последовательностей и монотонных последовательностей, рассматривается теорема о вычислении пределов последовательностей. Далее на языке «Эпсилон, дельта» и с использованием конкретных примеров вводится определение предела функции в токе и определения односторонних пределов. Затем рассматривается бесконечный предел в конечной точке и предел в бесконечности, рассматриваются бесконечно малые функции и свойства пределов функций. Рассмотренные понятия позволяют изучить понятие непрерывности функции в точке, на интервале и на отрезке, а также свойства функций непрерывных на отрезке. Введению понятия производная предшествует рассмотрение такого понятия как мгновенная скорость, которую авторы и называют производной функции в точке, а затем переходят к общему определению производной. Затем рассматриваются правила дифференцирования, производная сложной и обратной функций и производные элементарных функций. Изучение геометрического смысла производной позволяет ввести уравнение касательной. Затем авторы рассматривают дифференциал функции. Применение производной к исследованию функций начинается с изучения теоремы Лагранжа и достаточных условий возрастания или убывания функции на отрезке. Далее изучается необходимые и достаточные условия экстремума функции и применение производной для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции. Изучение производной второго порядка позволяет рассмотреть выпуклость функции и точки перегиба. Тема завершается применение производной к построению графиков функций.

Следующий раздел линии математического анализа посвящен первообразной и интегралу. Рассматривается задача обратная задаче о нахождении мгновенной скорости материальной точки, вводится понятие первообразной функции и формулируется определение первообразной функции на некотором интервале. Далее формулируется теорема о том, что две первообразные отличаются на константу, рассматриваются правила нахождения первообразных, вводится понятие криволинейной трапеции и решается задача нахождения ее площади путем нахождения предела интегральных сумм, вводится понятие определенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница. В конце раздела рассматривается применение определенного интеграла для вычисления площадей фигур и решения физических задач.

Линия уравнений и неравенств

Линия уравнений и неравенств также является очень важной, так как уравнения и неравенства используются для моделирования отношений реальной действительности. Понятия уравнение и неравенства лежат в основе эффективного метода решения самых разнообразных задач как теоретического, так и практического, прикладного характера. В старших классах в основном изучаются иррациональные и трансцендентные уравнения. Особенностью изучения трансцендентных уравнений и неравенств является их непосредственная связь с соответствующими функциями и преобразованиями.

В учебнике под руководством А.Г.Мордковича линия начинается с рассмотрения уравнений в целых числах в теме «Действительные числа». Далее рассматриваются тригонометрические уравнения и неравенства. Авторы дают первое представление о тригонометрических уравнения, простейшие тригонометрические уравнения и неравенства решаются с использованием числовой окружности и табличных значений, далее вводятся формулы для решения простейших тригонометрических уравнений, а также решаются простейшие тригонометрические неравенства. Затем рассматриваются общие методы решения тригонометрических уравнений, такие как метод замены переменной, разложение на множители, методы решения однородных уравнений. После изучения главы «Преобразование тригонометрических выражений», авторы вновь возвращаются к решению тригонометрических уравнений, так как учащимся уже известны различные тригонометрические формулы, и они могут их использовать при решении уравнений.

В начале 11 класса, в теме «Многочлены» изучаются уравнения высших степеней, методы их решения, такие как разложение на множители, замена переменной, функционально-графический, вводится теорема о существовании целого корня у приведенного уравнения с целыми коэффициентами, рассматривается решение возвратных уравнений. Также в 11 классе вводится понятие показательного уравнения, рассматриваются три основных метода решения показательных уравнений: функционально-графический, приведение обеих частей уравнения к одному основанию, замена переменной. Далее приводятся примеры решения систем показательных уравнений, вводится понятие показательного неравенства и вводятся теоремы, позволяющие осуществлять равносильные переход при решении показательных неравенств. Последовательность и подход к изложению основных вопросов, связанных с решение логарифмических уравнений и неравенств аналогичны рассмотренным вопросам о показательных уравнениях и неравенствах. Сначала изучаются логарифмические уравнения, рассматриваются различные методы решения логарифмических уравнений: использование свойств логарифмов, замена переменной, переход к новому основанию, выделяется три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, потенцирование, замена переменной. После чего рассматриваются логарифмические неравенства и методы их решения.

После того, как изучены основные классы уравнений, неравенств и их систем, в 11 классе изучается обобщающая и завершающая тема «Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств», в рамках которой уравнения, неравенства и их системы рассматриваются с общих позиций, знания и умения по их решению обобщаются, углубляются, выделяются некоторые общие закономерности и подходы. На этом этапе рассматриваются уравнения и неравенства с модулем, иррациональные уравнения и неравенства, уравнения с двумя переменными, системы уравнений, а также уравнения и неравенства с параметрами. В рамках изучения данной темы особое внимание уделяется вопросам, связанным с равносильностью преобразований. Вводится определение понятий «равносильное уравнение» «равносильное неравенство», «следствие уравнения», теоремы о равносильности уравнений, теоремы о равносильности неравенств, преобразование уравнения в уравнение-следствие, рассматриваются причины расширения области определения уравнения, приемы проверки корней, возможность потери корней. Рассматриваются этапы решения уравнений: технический, анализ решения, проверка.

В учебнике С.М. Никольского изучение этой линии начинается в 10 классе с рассмотрения уравнений в целых числах в теме, посвященной действительным числам. Далее изучаются рациональные уравнения и неравенства. Дается определение рационального уравнения, корня уравнения, вводится понятие распадающегося уравнения. Рассматриваются некоторые приемы решения рациональных уравнений, в частности уравнений высших степеней, таких как возвратные. затем изучаются системы рациональных уравнений и методы их решения, вводится понятие однородного уравнения, рассматривается метод решения таких уравнение. Особое значение уделяется методу интервалов решения неравенств, рассматривается обобщенный метод интервалов. Далее рассматриваются нестрогие неравенства, показывается связь множества решений нестрогого неравенства с множеством решений соответствующего строгого и соответствующего уравнения. Затем изучаются системы рациональных уравнений и неравенств, что значит решить систему уравнений. Авторы также предлагают к рассмотрению отдельные иррациональные уравнения и уравнения с модулем и приемы, применяемые при их решении. После этого в 10 классе изучаются показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Сначала вводится понятие простейшего показательного уравнения, рассматриваются примеры решения простейших показательных уравнений и уравнений, сводящиеся, а ним, затем по той же схеме вводятся простейшие логарифмические уравнения и уравнения, сводящиеся к ним. Затем рассматриваются показательные и логарифмические уравнения, сводящиеся к простейшим методом замены неизвестной. По такой же схеме рассматриваются показательные и логарифмические неравенства. Также в 10 классе изучаются тригонометрические уравнения и неравенства и методы их решения. Сначала простейшие тригонометрические уравнения и формулы для записи ответа, затем уравнения, сводящиеся к простейшим заменой переменной. Далее показывается использование основных тригонометрических формул для решения уравнений, однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств иллюстрируются с помощью графиков соответствующих тригонометрических функций. Затем рассматриваются неравенства, сводящиеся к простейшим заменой переменой, метод введения вспомогательного угла при решении уравнений и неравенств, а также использование замены.

В 11 классе целая глава посвящена уравнениям и неравенствам. Рассматриваются вопросы равносильного преобразования уравнений и неравенств, уравнения-следствия, равносильность уравнения и неравенства системе, равносильность уравнения и неравенства на множестве, использование свойств функций при решении уравнений и неравенств, метод промежутков для уравнений и неравенств, а также системы уравнений с несколькими неизвестными и уравнения и неравенства с параметрами.

В учебнике Ю.М.Колягина линия уравнений и неравенств начинается с повторения линейных уравнений и их систем, неравенств первой степени и их систем, квадратных уравнений, неравенств и их систем, метода интервалов решения дробно-рациональных неравенств. Далее в главе «Делимость чисел» рассматриваются уравнения в целых числах, формулируется теорема о связи коэффициентов уравнения с количеством его решений. Затем в главе «Многочлены. Алгебраические уравнения» рассматривается решение алгебраических уравнений разложение на множители и примеры решения систем алгебраических уравнений. В главе «Степенная функция вводятся определения понятий равносильное уравнение, неравенство, система, рассматриваются равносильные преобразования уравнений, неравенств и систем, рассматривается понятие следствия уравнения, а также понятие постороннего корня, понятия области определения уравнения, неравенства и системы. Затем в этой же теме изучаются иррациональные уравнения, неравенства, системы, на конкретных примерах иллюстрируются методы их решения. В главе «Показательная функция» рассматриваются конкретные примеры решения показательных уравнений, неравенств и их систем. Аналогичный подход используется при изучении логарифмических уравнений, неравенств и их систем. С решением тригонометрических уравнений обучающиеся впервые встречаются при изучении различных тригонометрических формул. Затем изучаются простейшие тригонометрические уравнения, тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим, однородные и линейные уравнения, метод замены неизвестной и разложения на множители, метод оценки левой и правой частей тригонометрического уравнения, примеры систем тригонометрических уравнений и примеры тригонометрических неравенств.

2.Образцы контрольных работы для проведения мониторинга

МордковичА.Г., Семенов П.В. – 10 класс, 2013г.

I вариант

1. Найдите $f(x_0)$, если $f(x)=\left(x^2+3x-4\right)^5-\sin\pi x$, $x_0=1$.
2. Найдите значения a, при которых числа a^2+1+6i и $5-3ai$ являются сопряженными.
3. Найдите все пары целых чисел $(x;\,y)$, удовлетворяющих уравнению $2y-x=15$.
4. Вычислите: $20\cdot\cos\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{2\pi}{7}\cdot\cos\frac{4\pi}{7}$.
5. Вычислите: $\sin\left(2\arccos\frac{12}{13}\right)$.
6. Решите уравнение и найдите корни, принадлежащие промежутку $\sin x+\sin^2\frac{x}{2}=\cos^2\frac{x}{2}$, $\left[-4\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

II вариант

1. Найдите $f'(x_0)$, если $f(x)=\left(2x^2-x-3\right)^6-\cos\pi x$, $x_0=-1$.
2. Найдите значения a, при которых числа a^2-3-4i и $-2+4ai$ являются сопряженными.
3. Найдите все пары целых чисел $(x;\,y)$, удовлетворяющих уравнению $6x-y=25$.
4. Вычислите: $\cos\frac{2\pi}{7}\cdot\cos\frac{3\pi}{7}\cdot\cos\frac{6\pi}{7}$.
5. Вычислите: $\cos\left(2\arcsin\frac{3}{5}\right)$.
6. Решите уравнение и найдите корни, принадлежащие промежутку $\sqrt{3}\sin 2x+3\cos 2x=0$, $\left[-\frac{\pi}{2};\,4\pi\right]$.

МордковичА.Г., Семенов П.В. – 11 класс, 2013г.

I вариант

1. Решите графически неравенство: $x^{\frac{3}{2}} \geq x^{-2}$.
2. а) Решить уравнение: $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$.

   б) Найти корни на заданном промежутке $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$.
3. Решите уравнение: $6x^3 - 13x^2 + 9x - 2 = 0$.
4. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $y = \cos^2 3x - \sin^2 3x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{6}$.
5. Найдите точку максимума функции $g(x) = (8 - x^2) \cdot (\sqrt{x})^4$. Если их несколько, то в ответе укажите их произведение.
6. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} y - \sqrt{-x} = a \\ y + x = 2 \end{cases}$

   имеет единственное решение?

II вариант

1. Решите графически неравенство: $x^{-\frac{1}{4}} \leq x^3$.
2. а) Решить уравнение: $2\cos^2 x + 7\sin x + 2 = 0$.

б) Найти корни на заданном промежутке $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

3. Решите уравнение: $x^3 + 9x^2 + 23x + 15 = 0$.
4. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $y = \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$.
5. Найдите точку максимума функции $g(x) = (8 - x^2) \cdot (\sqrt{-x})^4$. Если их несколько, то в ответе укажите их сумму.
6. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} y - \sqrt{x} = a \\ y - x = 1 \end{cases}$

   имеет единственное решение?

Мордкович А.Г., Семенов П.В. – 10 класс, 2014 г. (60 минут)

I вариант

1. Доказать тождество: $\dfrac{\cos 2x + (\sin x)^2}{\sin 2x} = \dfrac{1}{2} tg\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$.
2. Найдите множество значения функции $f(x) = \dfrac{x^2 + 4}{x}$.
3. Решите уравнение $2\sin^3 x + 3\sin^2 x = 2\sin x$ и найдите корни, принадлежащие промежутку $[-2\pi; 0]$.
4. Найдите целые решения неравенства $|x^2 + 4x| < 5$.
5. Решить уравнение: $\cos x = x^2 - 4\pi x + 4\pi^2 + 1$

II вариант

1. Доказать тождество: $\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x - (\cos x)^2} = 2tg\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)$.
2. Найдите множество значения функции $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x}$.
3. Решите уравнение $5\cos^2 x + 2\cos^3 x = 3\cos x$ и найдите корни, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \dfrac{5\pi}{2}\right]$.
4. Найдите целые решения неравенства $|-x^2 - x| \geq 4x - 2$.
5. Решить уравнение: $\sin x = x^2 + 3\pi x + \dfrac{9\pi^2}{4} + 1$.

МордковичА.Г., Семенов П.В. – 11 класс, 2014 г. (60 мин)

I вариант

1. Построить график функции: $y = |x + 3| + |1 - x|$.
2. Найдите область значений функции: $Y = \dfrac{8}{\cos x - 5}$.

3. Найдите абсциссу точки графика функции $g(x) = x^3 + \left(\sqrt{5 - 12x}\right)^2$, касательная к которой параллельна прямой $y = 15x - 2$ или совпадает с ней.

4. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причем погода, установившись утром, держится неизменной весь день.

Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня, 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что и 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

5. Решить уравнение: $\sqrt{5\sin x + \cos 2x} + 2\cos x = 0$. Найти корни уравнения на заданном промежутке $\left[-2\pi; -0{,}5\pi\right]$.

II вариант

1. Построить график функции: $y = |x+3| + |1-x|$.

2. Найдите область значений функции: $Y = \dfrac{15}{4 + \cos x}$.

3. Найдите абсциссу точки графика функции $g(x) = x^3 + \left(\sqrt{7-14x}\right)^2$, касательная к которой параллельна прямой $y = 34x - 5$ или совпадает с ней.

4. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причем погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,7 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 6 сентября, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 9 сентября в Волшебной стране будет отличная погода.

5. Решить уравнение: $\sqrt{10 - 18\cos x} = 6\cos x - 2$ и найдите его корни на заданном промежутке $\left[-1{,}5\pi; \pi\right]$.

МордковичА.Г., Семенов П.В. – 10 класс, 2015 г. (60 минут)

I вариант

1. Решите задачу:

Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 16 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

2. Найдите значение выражения: $\sqrt{32} - \sqrt{128}\left(\sin\dfrac{9\pi}{8}\right)^2$.

3. Нечетная периодическая функция с периодом 9 определена на всей числовой прямой. Найдите $\dfrac{f(-22)f(0)}{f(-4)} + f(15)$, если $f(-3) = -11$.

4. Докажите, что при всех допустимых значениях x верно равенство: для $f(x)=\dfrac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$ и $g(x)=\dfrac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$ будет выполняться $f'(x)g'(x)=-f(x)g(x)$

5. Решите уравнение: $4(\cos x)^3+3\sqrt{2}\cdot\sin 2x=8\cos x$. Найти корни, принадлежащие промежутку $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right)$.

II вариант

1. Решите задачу:

Клиент взял в банке кредит 60 000 рублей на год под 17 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

2. Найдите значение выражения: $7\sqrt{2}\sin\frac{15\pi}{8}\cos\frac{15\pi}{8}$.

3. Нечетная функция определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. Найдите значение выражения $\dfrac{f(-81)f(100)}{f(16)}$, если $f(-6)=13$.

4. Докажите, что при всех допустимых значениях x верно равенство: для $f(x)=\dfrac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$ и $g(x)=\dfrac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$ будет выполняться $\dfrac{1}{f'(x)}-\dfrac{1}{g'(x)}=1$.

5. Решить уравнение: $\frac{1}{2}\sin 2x+\sin^2 x-\sin x=\cos x$. Найти корни, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

МордковичА.Г., Семенов П.В. – 11 класс, 2015 г. (60 минут)

I вариант

1. Решить уравнение: $4{,}5^{3x} = \left(\frac{4}{81}\right)^3$.
2. Решить уравнение: $6x^3-13x^2+9x-2=0$.
3. Найдите наименьшее значение функции $y = 6\cos x + \frac{24}{\pi}x + 5$ на отрезке $\left[\frac{-2\pi}{3}; 0\right]$.
4. Решить неравенство: $\frac{13 - 5\cdot 3^x}{9^x - 12\cdot 3^x + 27} \geq 0{,}5$.
5. Решить уравнение: $\sqrt{x^2 - 9}$ (sin2x-3cosx)=0.

II вариант

1. Решить уравнение: $0{,}4^{x-2} = \left(\frac{25}{4}\right)^{2x}$.
2. Решить уравнение: $4x^3+2x^2-8x+3=0$.
3. Найдите наибольшее значение функции $y = 2\cos x - \frac{18}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[\frac{-2\pi}{3}; 0\right]$.
4. Решить неравенство: $\frac{31 - 5\cdot 2^x}{4^x - 24\cdot 2^x + 128} \geq 0{,}25$.
5. Решить уравнение: $\sqrt{x^2 - 16}$ (sin2x-5sinx)=0

МордковичА.Г., Семенов П.В. – 10 класс, 2016 г. (60 минут)

I вариант

1. Решите неравенство: $\frac{-14}{(x-5)^2 - 4} \geq 0$.
2. Вычислите: $|1-\sqrt{2}|+|\sqrt{2}-2\sqrt{2}|+|2\sqrt{2}-3\sqrt{2}|+\ldots+|5\sqrt{2}-6\sqrt{2}|+|6\sqrt{2}-9|$

3. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x + 8$.
   Найдите абсциссу точки касания
4. Найдите $sin^4\,\alpha + cos^4\,\alpha,$ если $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$
5. а) Решите уравнение: $\dfrac{1}{tg^2 x} + \dfrac{3}{\sin x} + 3 = 0$.

   б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

II вариант

1. Решите неравенство: $\dfrac{-15}{(x+1)^2 - 9} \le 0$.
2. $|1-\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-2\sqrt{3}|+|2\sqrt{3}-3\sqrt{3}|+\dots+|5\sqrt{3}-6\sqrt{3}|+|6\sqrt{3}-11|$
3. 3.Прямая $y = 4x + 8$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 5x + 7$.
   Найдите абсциссу точки касания.
4. Найдите $cos^3\,\alpha + sin^3\,\alpha,$ если $\sin\alpha + \cos\alpha = 0{,}8$
5. а) Решите уравнение: $\dfrac{1}{tg^2 x} - \dfrac{1}{\sin x} - 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

С.М. Никольский - 10 класс, 2013г

I вариант

1. Найдите значение выражения: $\log_{81}\log_9 729$.
2. Вычислите $\dfrac{3}{\sqrt[3]{100}+\sqrt[3]{70}+\sqrt[3]{49}}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{7}$.
3. Решите уравнение: $x+(x-9)\left(\sqrt{x}-3\right)^{-1}=135$.
4. Решите неравенство: $\dfrac{2x^2+x-6}{4^x-2^{x+1}-48}\le 0$.
5. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)\ge -2$.
6. Решите уравнение: $2x^4+5x^3+6x^2+5x+2=0$.

II вариант

1. Найдите значение выражения: $\log_{16}\log_2 16$.
2. Вычислите $\dfrac{19}{\sqrt[3]{100}-\sqrt[3]{90}+\sqrt[3]{81}}-\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{9}$.
3. Решите уравнение: $x+2(x-25)\left(\sqrt{x}-5\right)^{-1}=58$.
4. Решите неравенство: $\dfrac{3x^2+x-2}{9^{x+1}+3\cdot 3^{x+1}-18}\le 0$.
5. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}\left(5^{x+1}-25^x\right)\le -2$.
6. Решите уравнение: $3x^4-7x^3+8x^2-7x+3=0$.

С.М. Никольский - 11 класс, 2013г

I вариант

1. Решить уравнение: $\sqrt{\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{2}{\sqrt{1-x}}$.
2. Дано: $2(\sin x-\cos x)^2-\cos^2 2x=0$. Найти: $\sin 2x$.
3. Найти точку максимума функции $y=\left(2\sqrt{x}-3\right)\cdot e^{x+2}$.
4. Решить неравенство: $\left(x^2-5x-6\right)\log_7(x+2)\ge 0$.
5. Решить уравнение: $6^{2x+1}+\left(\dfrac{1}{6}\right)^{1-2x}-36^{x-1}=132$.
6. Решить уравнение: $\left(4\cos^2 x-3\cos x-1\right)\log_5(\sin x)=0$.

II вариант

1. Решить уравнение: $\sqrt{2-\dfrac{x}{1+x}}=\dfrac{4}{\sqrt{1+x}}$.
2. Дано: $4\cos^2 x-\sin^2 2x=0$. Найти: $\cos 2x$.
3. Найти точку минимума функции $y=\left(17-6\sqrt{x}\right)\cdot e^{1-x}$.
4. Решить неравенство: $\left(x^2-8x+16\right)\log_5\left(x+5\right)\le 0$.
5. Решить уравнение: $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{1-4x}+7^{4x}+49^{2x-1}-399=0$.
6. Решить уравнение: $\left(8\sin^2 x+14\sin x+5\right)\log_3\left(\cos x\right)=0$.

С.М.Никольский - 10 класс, 2014г (60 минут)

I вариант

1. Найдите значение выражения: $15\log_{25\sqrt[7]{5}}\left(125\sqrt[7]{5}\right)$.
2. Вычислите: $\left(\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}+9^{-\frac{1}{4}}\right)\left(\sqrt[4]{9^{-1}}-\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)$.
3. Решите уравнение: $6x+\left(25-x\right)\left(5-\sqrt{x}\right)^{-1}=6$.
4. Найти наибольшее целое x \удовлетворяющее неравенству: $2\cdot 3^x+\dfrac{7}{3^x}<61\cdot 3^{-x}$.
5. Решите неравенство: $\log_2\left(x^2+2x-3\right)\ge 1+\log_2\dfrac{x+3}{x-1}$.

II вариант

1. Найдите значение выражения: $7\log_{9\sqrt[3]{3}}\left(27\sqrt[3]{3}\right)$.
2. Вычислите: $\left(\left(5\sqrt{5}\right)^{-\frac{2}{3}}-81^{-\frac{1}{4}}\right)\left(\sqrt[4]{81^{-1}}+\left(5\sqrt{5}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)$.
3. Решите уравнение: $x+\left(49-x\right)\left(7-\sqrt{x}\right)^{-1}=13$.
4. Найти наибольшее целое x, удовлетворяющее неравенству: $163\cdot 2^{-x}-5\cdot 2^x>\dfrac{3}{2^x}$.
5. Решите неравенство: $\log_3\left(x^2+x-2\right)\le 1+\log_3\dfrac{x+2}{x-1}$.

С.М.Никольский - 11 класс, 2014г (60 минут)

I вариант

1. Вычислите $x\cos 2\alpha$, если $tg\alpha = -0{,}75$.
2. Решите уравнение: $3 \cdot 9^{\frac{1}{\log_x 9}} = -6x + 18$.
3. Найти наименьшее значение функции: $y = 7 + 6x - 2x^{\frac{3}{2}}$ на $[0; 3]$.
4. Решите неравенство: $-\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1} - 36^x\right) \le 2$.
5. Решите уравнение: $\sqrt{-1 + \frac{3}{\sqrt{2}}\cos x} = -\sin x$.

II вариант

1. Вычислите $\cos 2\alpha$, если $ctg\alpha = -0{,}5$.
2. Решите уравнение $10 \cdot 8^{\frac{1}{\log_x 8}} = 14x - 8$.
3. Найти наибольшее значение функции: $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1$ на $[0; 2]$.
4. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(4^{x+1} - 16^x\right) \ge -2$.
5. Решите уравнение: $\sqrt{1 - \cos x} = \sqrt{2}\cos x$.

С.М.Никольский - 10 класс, 2015г (60 минут)

I вариант

1. Решите задачу:

Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 16 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

2. Найдите значение выражения: $\sqrt{32} - \sqrt{128}\sin^2\frac{9\pi}{8}$.
3. Найдите корни уравнения и укажите в ответе наименьший: $25^{x-\frac{1}{2}} - 26 \cdot 5^{x-1} + 5 = 0$.
4. Вычислите: $\frac{3\log_5 3}{\log_5 4 \cdot \log_2 3}$.
5. Решите неравенство: $5\log_6\left(x^2 + x - 12\right) \le 12 + \log_6\frac{(x-3)^5}{x+4}$.

II вариант

1. Решите задачу:

Клиент взял в банке кредит 60 000 рублей на год под 17 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

2. Найдите значение выражения: $7\sqrt{2}\sin\frac{15\pi}{8}\cos\frac{15\pi}{8}$.

3. Найдите корни уравнения и укажите в ответе наибольший: $4^{x-\frac{1}{2}}-17\cdot 2^{x-2}+2=0$.

4. Решите уравнение: $\lg\frac{1}{100}\cdot\log_{\frac{1}{100}} 10^{\frac{1}{100}}$.

5. Решите неравенство: $3\log_4\left(x^2+5x+6\right)\geq 4+\log_4\frac{(x+2)^3}{x+3}$.

С.М.Никольский - 11 класс, 2015г. (60 минут)
Ю.М.Колягин - 10 класс, 2015г (60 минут)
I вариант

1. Решите задачу:

Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 16 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

2. Найдите значение выражения: $\sqrt{32}-\sqrt{128}\sin^2\frac{9\pi}{8}$.

3. Найдите корни уравнения и укажите в ответе наименьший: $25^{x-\frac{1}{2}}-26\cdot 5^{x-1}+5=0$.

4. Решите уравнение: $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}-\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}=\frac{3}{2}$.

5. Решите неравенство: $5\log_6\left(x^2+x-12\right)\leq 12+\log_6\frac{(x-3)^5}{x+4}$.

II вариант

1. Решите задачу:

Клиент взял в банке кредит 60 000 рублей на год под 17 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

2. Найдите значение выражения: $7\sqrt{2}\sin\frac{15\pi}{8}\cos\frac{15\pi}{8}$.

3. Найдите корни уравнения и укажите в ответе наибольший: $4^{x-\frac{1}{2}}-17\cdot 2^{x-2}+2=0$.

4. Решите уравнение: $\sqrt{\frac{x-2}{x+2}}-\sqrt{\frac{x+2}{x-2}}=4{,}8$.

5. Решите неравенство: $3\log_4\left(x^2+5x+6\right)\geq 4+\log_4\frac{(x+2)^3}{x+3}$

Ю.М.Колягин - 10 класс, 2016 г.

I вариант

1. Вычислите:

$\log_b\left(\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[5]{b}\right)$, если $\log_b\sqrt[6]{a}=7$

2. Решите уравнение:

$10\cdot 4^x-29\cdot 10^x+10\cdot 25^x=0$

3. Вычислите: $\left|1-\sqrt{2}\right|+\left|\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right|+\left|2\sqrt{2}-3\sqrt{2}\right|+\ldots+\left|5\sqrt{2}-6\sqrt{2}\right|+\left|6\sqrt{2}-9\right|$

4. Найдите: $sin^4\,\alpha+cos^4\,\alpha,$ *если* $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$

5. Решите неравенство:

$\log_2(x^2+2x-3)\geq 1+\log_2\frac{x+3}{x-1}$

II вариант

1. Вычислите:

$\log_b(\sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[5]{b})$, если $\log_b \sqrt[4]{a} = 3$

2. Решите уравнение:

$3 \cdot 4^x - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 25^x = 0$

3. Вычислите: $|1-\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-2\sqrt{3}|+|2\sqrt{3}-3\sqrt{3}|+\ldots+|5\sqrt{3}-6\sqrt{3}|+|6\sqrt{3}-11|$
4. Найдите: $cos^3\,\alpha + sin^3\,\alpha$, *если* $\sin\alpha + \cos\alpha = 0{,}8$
5. Решить неравенство:

$\log_3(x^2 - x - 2) \le 1 + \log_3 \frac{x+1}{x-2}$

3.Образец решения контрольной работы

С.М.Никольский – 11 класс 2014 г.

II вариант

Задание №1

Вычислите $\cos 2\alpha$, если $ctg\alpha = -0{,}5$

Решение

1) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$
2) Воспользуемся тождеством

$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$1 + (-0{,}5)^2 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$1 + 0{,}25 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$1\frac{1}{4} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\frac{5}{4} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$5\sin^2\alpha = 4$

$\sin^2\alpha = \frac{4}{5}$

3) Итак, $\cos 2\alpha = 1 - 2\cdot\frac{4}{5}$

$\cos 2\alpha = 1 - \frac{8}{5}$

$\cos 2\alpha = 1 - 1{,}6$

$\cos 2\alpha = -0{,}6$

Ответ: $-0{,}6$.

Задание №2

Решите уравнение $10\cdot 8^{\frac{1}{\log_x 8}} = 14x - 8$

Решение

$10\cdot 8^{\frac{1}{\log_x 8}} = 14x - 8$

1) Воспользуемся формулой перехода к другому основанию

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, где $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$

и основным логарифмическим тождеством

$a^{\log_a b} = b$

2)Получим уравнение

$10\cdot 8^{\log_8 x} = 14x - 8$

$10x = 14x - 8$

$10x - 14x = -8$

$-4x = -8$

$x = -8 : (-4)$

$x = 2$

Проверим условие: $a > 0, a \neq 1$

$2 > 0, 2 \neq 1$

Ответ: 2.

Задание №3.

Найти наибольшее значение функции:

$y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1$ на $[0; 2]$

Решение

1) $D(y)=[0;+\infty]$ (по определению степени с дробным показателем и учитывая, что $\frac{3}{2}>0$)

2) Рассмотрим функцию на промежутке $[0;2]$, $[0;2]\subset D(y)$

3) $y'(x)=\left(x^{\frac{3}{2}}-3x+1\right)'=\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1}-3=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}-3$

4) $y'(x)=0$

$\frac{3}{2}\sqrt{x}-3=0$

$\frac{3}{2}\sqrt{x}=3$

$\sqrt{x}=3:\frac{3}{2}$

$\sqrt{x}=2$

$x=4$

$4\notin[0;2]$

$y(0)=0^{\frac{3}{2}}-3\cdot 0+1=0+1=1$

$y(2)=2^{\frac{3}{2}}-3\cdot 2+1=2\cdot\sqrt{2}-6+1<0$, т.к. $\sqrt{8}-5=\sqrt{8}-\sqrt{25}<0$

Наибольшее значение функции равно 1.

Ответ: 1.

Задание №4.

Решите неравенство

$\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(4^{x+1}-16^{x}\right)\geq -2$

Решение

$\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(4^{x+1}-16^{x}\right)\geq \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(4^{x+1}-16^{x}\right)\geq \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}3$

$0<\frac{1}{\sqrt{3}}<1$, следовательно, $y=\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}t$ убывающая функция.

$$\begin{cases}4^{x+1}-16^{x}\leq 3\\ 4^{x+1}-16^{x}>0\end{cases}$$

1) $4^{x+1}-16^{x}\leq 3$

$4^{x+1}-4^{2x}-3\le 0$

$4\cdot 4^{x}-4^{2x}-3\le 0$

$-4^{2x}+4\cdot 4^{x}-3\le 0\left(\cdot(-1)\right)$

$4^{2x}-4\cdot 4^{x}+3\ge 0$

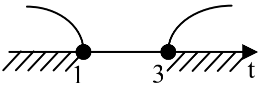
Пусть $4^{x}=t$

1) $t^{2}-4t+3\ge 0$

$t^{2}-4t+3=0$

$t_1=3$; $t_2=1$ (по т. Виета)

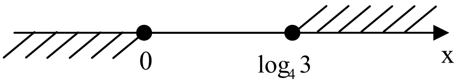
2)



$t\ge 3$ или $t\le 1$

$4^{x}\ge 3$ $4^{x}\le 1$

$4^{x}\ge 3$ $x\ge \log_4 3$ $4>1$, функция возрастает или $x\le 0$



$x\in(-\infty;0]\cup[\log_4 3;+\infty)$

2) $4^{x+1}-16^{x}>0$

1 способ

$4\cdot 4^{x}-4^{2x}>0$

$4^{x}\left(4-4^{x}\right)>0$

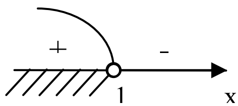
1) $4^{x}=0$; ϕ

2) $4-4^{x}=0$

$4^{x}=4$

$x=1$

$x\in(-\infty;1)$



2 способ

$4^{x+1}-16^{x}>0$

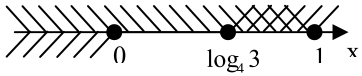
$-16^{x}>-4^{x+1}$

$4^{2x}<4^{x+1}$, $4>1$, возрастает.

$2x<x+1$

$x<1$

$x \in (-\infty; 1)$

3) 

$x \in (-\infty; 0] \cup [\log_4 3; 1)$

Ответ: $x \in (-\infty; 0] \cup [\log_4 3; 1)$.

<u>Задание №5.</u>

Решите уравнение.

$\sqrt{1-\cos x} = \sqrt{2}\cos x$

Решение.

I способ.

По определению арифметического квадратного корня получим

$$\begin{cases} \sqrt{2}\cos x \geq 0 \\ 1-\cos x = 2\cos^2 x \end{cases}$$

Решим уравнение

$2\cos^2 x = 1-\cos x$

$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

Пусть $\cos x = t$, $-1 \leq t \leq 1$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$D = 9$, $\sqrt{9} = 3$

$$t_1 = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$t_2 = \frac{-1-3}{4} = -1$$

$\cos x = -1$ или $\cos x = \frac{1}{2}$

-1 не удовлетворяет условию ($\cos x \geq 0$);

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in z$$

Ответ: $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in z$.

II способ.

1) Возведем в квадрат обе части уравнения. Получим

$1-\cos x = 2\cos^2 x$

$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

$\cos x = -1$ или $\cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pi + 2\pi n, n \in z$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$

2) Проверка корней уравнения

А) $x = \pi + 2\pi n, n \in z$

$\sqrt{1+1} = \sqrt{2} \cdot (-1)$

$\sqrt{2} = -\sqrt{2}$ (неверно)

Б) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$

$\sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ (верно)

Ответ: $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$.

4. Анализ результатов мониторинга за 2012/13-2014/15 учебные годы

В таблице представлены темы, по которым составлялись задания мониторинговых работ с указанием в процентном соотношении их верного выполнения.

10 класс 2012/13 -УМК Мордкович А.Г. 1. Дифференцирование сложной функции - 60 % 2 . Действия с комплексными числами - 59 % 3. Преобразования тригонометрических выражений - 32% 4. Вычисление значений обратных тригонометрических выражений – 65% 5. Решение тригонометрических уравнений – 49% 6. Решение уравнений в целых числах – 10%	11 класс 2013/14 -УМК Мордкович А.Г. 1. Графическое решение неравенств с использованием свойств степенных функций – 73% 2. Решение тригонометрических уравнений – 67% 3. Решение уравнений высших степеней – 89% 4. Геометрический смысл производной функции – 42% 5. Применение производной для исследования функций – 35% 6. Решение систем уравнений с параметрами -9%
10 класс 2012/13 -УМК Никольский С.М. 1. Преобразование	11 класс 2013/14 - УМК Никольский С.М. 1. Решение иррациональных

логарифмических выражений - 89% 2. Нахождение значений иррациональных выражений - 93% 3. Решение иррациональных уравнений – 28% 4. Решение тригонометрических уравнений – 49% 5. Решение логарифмических неравенств – 10% 6. Решение уравнений высших степеней – 90%	уравнений – 89% 2. Преобразование тригонометрических выражений - 54% 3. Применение производной для исследования функций – 40% 4. Решение неравенств комбинированного типа, включающих в себя логарифмические неравенства -63% 5. Решение показательных уравнений – 59% 6. Решение комбинированных уравнений, включающих в себя тригонометрические и логарифмические уравнения – 26%
<u>10 класс 2013/14 -УМК Мордкович А.Г</u> 1. Доказательство тригонометрических тождеств – 94% 2. Нахождение множества значений функции – 43% 3. Решение простейших тригонометрических уравнений – 55% 4. Решение неравенств с модулем – 39% 5. Решение тригонометрических уравнений с отбором корней – 42%	<u>11 класс 2014/15 -УМК Мордкович А.Г</u> 1. Построение графиков функций, содержащих модуль– 77% 2. Нахождение множества значений функции – 75% 3 .Геометрический смыл производной функции – 58% 4. Задача по теории вероятностей – 51% 5. Решение тригонометрических уравнений с отбором корней – 42%
<u>10 кл. 2013/14 -УМК Никольский С.М.</u> 1. Преобразование логарифмических выражений - 80% 2. Нахождение значений иррациональных выражений - 90% 3. Решение иррациональных уравнений – 83% 4. Решение показательных неравенств – 73% 5. Решение логарифмических неравенств – 20%	<u>11 класс 2014/15 -УМК Никольский С.М.</u> 1. Преобразование тригонометрических выражений - 98% 2. Решение простейших логарифмических уравнений - 97% 3. Применение производной для исследования функций – 94% 4. Решение неравенств комбинированного типа, включающих в себя логарифмические неравенства -10% 5. Решение тригонометрических уравнений, содержащих арифметический квадратный корень -79%
<u>10 класс 2014/15 -УМК Мордкович А.Г</u> 1. Задача на проценты практического содержания – 95% 2. Нахождение значений триго-	<u>10 класс 2014/15 –УМК Никольский С.М.</u> 1. Задача на проценты практического содержания – 95% 2. Нахождение значений тригоно-

нометрических выражений – 73% 3. Применение свойств функции (периодичность, четность, нечетность) – 85% 4. Дифференцирование сложных тригонометрических функций – 63% 5. Решение тригонометрических уравнением с отбором корней – 46%	метрических выражений – 73% 3. Решение показательных уравнений – 90% 4. Нахождение значений логарифмических выражений -84% 5. Решение логарифмических неравенств – 23%

Проанализировав уровень выполнения каждого задания предложенных контрольных работ за указанный период, можно сделать следующие выводы.

Хорошо усваиваются учащимися профильных классов темы «Решение дробно – рациональных неравенств», «Решение задач на проценты практического содержания», «Задания на применение свойств функций (периодичность, четность, нечетность)», «Преобразование логарифмических и тригонометрических выражений», «Нахождение значений иррациональных, логарифмических и тригонометрических выражений», «Решение иррациональных уравнений», «Решение показательных уравнений и неравенств» , «Преобразование и вычисление выражений, содержащих знак модуля», «Геометрический смысл производной», «Применение производной для исследования функций». Все эти задания изучаются либо в 10-х, либо в 11-х классах, в зависимости от используемых УМК, и входят в содержание КИМов ЕГЭ **базового уровня.**

Намного хуже обстоят дела с выполнением заданий повышенного уровня. Несмотря на то, что из года в год в контрольных работах повторяются задания по теме «Решение тригонометрических уравнений с отбором корней» и такие задания являются важной составляющей содержания всех КИМов профильного уровня ЕГЭ по математике (задания с развернутым ответом), количество обучающихся, решающих верно эти задания, относительно невелико в сравнении с вышеперечисленными темами. При их выполнении учащиеся традиционно допускают ошибки в использовании как тригонометрических формул и формул корней простейших тригонометрических уравнений, так и в применении формул сокращенного умножения. По-прежнему много вычислительных ошибок, влияющих на результативность выполнения данных заданий.

Стабильно низкий уровень знаний показывают учащиеся профильных классов решая задания по теме «Логарифмические и показательные неравенства повышенного уровня», хотя по программе ее изучению уделяется достаточное количество часов. Основные ошибки, сделанные при решении данных задач можно разделить на 3 группы:

а) ошибки, связанные с незнанием основных свойств показательных и логарифмических функций;
б) ошибки, связанные с неправильным применением метода интервалов;
в) ошибки вычислительного характера.

Можно сказать, что результаты профильных мониторингов по математике стабильны, но невысоки. Неумение применять известные методы решения стандартных задач, отсутствие навыков построения логических конструкций, незнание основных математических формул всё это в совокупности свидетельствует о низкой математической подготовке обучающихся.

Исходя из вышеизложенного, основными рекомендациями для педагогов являются:

- использование учителем в работе активных форм обучения, ситуационных заданий практической направленности, научно – практической деятельности и т.д.
- разработка системы дифференцированных упражнений с целью коррекции знаний по указанным темам с учетом возрастных особенностей учащихся и выбором их индивидуальной образовательной траектории;
- применение технологий личностно – ориентированного и развивающего обучения, увеличение времени на самостоятельную математическую работу учащихся, обучение работе с дополнительной литературой по предмету;
- непрерывное повышение уровня квалификации как учителей первого года работы в профильных классах, так и более опытных педагогов по качеству преподавания математики по программам профильного уровня через городские обучающие практикумы решения задач повышенного уровня, городские постоянно действующие семинары (ПДС) по актуальным проблемам повышения качества школьного математического образования, а также через участие в профильных вебинарах.
- соответствие профессиональному стандарту педагога каждого учителя математики, преподающего на профильном уровне, поскольку в ближайшем будущем важное значение для развития общества будет иметь подготовка выпускников общеобразовательных организаций, готовых продолжить обучение по естественно – научным и математическим направлениям в средне специальных и высших учебных заведениях.

5 (а) Рекомендованные критерии и процедура оценивания выполнения контрольных работ учащимися профильных классов:

Отметка «5» ставится в случае, если:

1) обоснованно выполнены полностью 5 заданий;
2) в решении заданий нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

1) работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;
2) допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках.

Отметка «3» ставится, если:

допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Отметка «1» ставится, если

работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме.

Проверка контрольных работ обучающихся проводится всегда совместно учителем и методистом с целью объективной оценки знаний и умений учащихся. Учитель может повысить отметку за нестандартный подход или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом уровне знаний обучающегося; за решение более сложной дополнительной задачи.

5 (б) Работы обучающихся

1. Работы, выполненные на отметку «отлично»

Работа №1

① 12000р

16%

$$\begin{array}{r} \times\ 116 \\ 120 \\ \hline +\ 2320 \\ 116\ \ \\ \hline 13920 \end{array}$$

а) $\dfrac{12000р}{100\%} = \dfrac{x}{116\%}$

$x = \dfrac{116\% \cdot 12000р}{100\%}$

$x = 13920р.$

б) $y = x : 12 = 13920 : 12 = 1160р.$

$$\begin{array}{r|l} 13920 & 12 \\ \cline{2-2} -12\ \ \ \ & 1160 \\ \hline 19\ \ \ & \\ -12\ \ \ & \\ \hline 72\ \ & \\ -72\ \ & \\ \hline 0\ \ & \end{array}$$

Ответ: клиент должен вносить по 1160 рублей в месяц. +

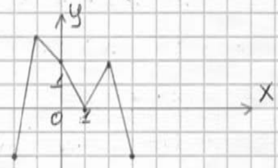
② $\sqrt{32} - \sqrt{128} \cdot \left(\sin \frac{9\pi}{8}\right)^2 = \sqrt{32} - 2\sqrt{32}\left(\sin \frac{9\pi}{8}\right)^2 =$

$= \sqrt{32}\left(1 - 2\left(\sin \frac{9\pi}{8}\right)^2\right) = \sqrt{32} \cdot \cos \frac{2 \cdot 9\pi}{8} = \sqrt{32} \cos \frac{9\pi}{4} =$

$= \sqrt{32} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$

Ответ: 4 +

③



$y = f(x)$

$T = 5$

$\dfrac{f(-1) + f(13)}{f(0)}$ — ?

$f(13) = f(13 - 2T) = f(13 - 10) = f(3) = -2$

$f(-1) = 3$; $f(0) = 2$

$$\frac{F(-1)+F(13)}{F(0)} = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Ответ: 0,5 +

(4) $F(x) = \dfrac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$

$g(x) = \dfrac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$

$F'(x)g'(x) = -f(x)g(x)$

$$F(x) = \frac{2\,\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}\cdot\cos^2\frac{x}{2}}{1} = \frac{2\sin\frac{x}{2}\cos^{\cancel{2}}\frac{x}{2}}{\cancel{\cos\frac{x}{2}}} =$$

$$= 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = \sin x$$

$$g(x) = \frac{\left(1-\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}\right)\cdot\cos^2\frac{x}{2}}{1} = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} =$$

$$= \cos x$$

$$F'(x)\cdot g'(x) = \cos x\cdot(-\sin x) = -\sin x\cdot\cos x =$$

$$= -f(x)\cdot g(x) \qquad +$$

(5) а) $4(\cos x)^3 + 3\sqrt{2}\cdot\sin 2x = 8\cos x$

$$4(\cos x)^3 + 6\sqrt{2}\sin x\cos x - 8\cos x = 0$$

$$2\cos x\,(2\cos^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - 4) = 0$$

$\cos x = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k\in Z$

$2\cos^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - 4 = 0$

$2 - 2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - 4 = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - 2 = 0$

$2\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$

Пусть $\sin x = t,\ t\in[-1;1]$

$2t^2 - 3\sqrt{2}t + 2 = 0$

$D = 18 - 16 = 2$

$t_1 = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4} = \frac{\cancel{4}\sqrt{2}}{\cancel{4}} = \sqrt{2}$ не удовл. усл.

$t_2 = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{4}_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin x = t_2$

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \qquad x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

$k \in \mathbb{Z}$

б) $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right)$

$0 \le \frac{\pi}{2} + \pi k < \frac{3\pi}{2} \qquad 0 \le \frac{\pi}{4} + 2\pi k < \frac{3\pi}{2}$

$-\frac{1}{2} \le k < \frac{1}{2} \qquad -\frac{1}{4} \le 2k < \frac{5}{4}$

$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \qquad -\frac{1}{8} \le k < \frac{5}{8}$

$k = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4}$

$0 \le \frac{3\pi}{4} + 2\pi k < \frac{3\pi}{2}$

$-\frac{3}{4} \le 2k < \frac{3}{4}$

$-\frac{3}{8} \le k < \frac{3}{8}$

$k = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$; $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$.

б) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3\pi}{4}$ +

5

Работа №2

№1

12 000 : 100 = 120 — 1%

120 · 16 = 1920 — 16%

12 000 + [illegible] = 13920 — 116%

13920 : 12 = 1160 (р.)

Ответ: 1160 р.

+

№2

$$\sqrt{32} - \sqrt{128}\left(\sin\frac{9\pi}{8}\right)^2 = \sqrt{32} - \sqrt{128}\left(\frac{1-\sin\frac{9\pi}{8}}{2}\right) =$$

$$= \sqrt{32} - \sqrt{128}\cdot\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \sqrt{32} - \frac{\sqrt{128}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{32}}{2} - \frac{\sqrt{128} - \frac{\sqrt{128\cdot 2}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{32} - \sqrt{128} - \frac{\sqrt{256}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{4\sqrt{32} - 2\sqrt{128} - \sqrt{256}}{4} =$$

$$= \frac{16}{4} = 4$$

+

Ответ: 4

№3

$$\frac{f(-1)+f(13)}{f(0)}$$

$f(-1)=3$

$f(0)=2$

$f(13)=f(13-5\cdot 2)=f(3)=-2$

$$\frac{f(-1)+f(13)}{f(0)}=\frac{3+(-2)}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

Ответ: 0,5 (+)

№5

$4\cos^3 x+3\sqrt{2}\cdot\sin 2x=8\cos x$

$4\cos^3 x+3\sqrt{2}\cdot 2\cdot\cos x\cdot\sin x=8\cos x$

$2\cos x\left(2\cos^2 x+3\sqrt{2}\sin x\right)=8\cos x$

$2\cos^2 x+3\sqrt{2}\sin x=4$

$2(1-\sin^2 x)+3\sqrt{2}\sin x-4=0$

$2-2\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x-4=0$

$-2\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x-2=0$

$\sin x=t\Rightarrow\sin^2 x=t^2$

$-2t^2+3\sqrt{2}t-2=0$

$2t^2-3\sqrt{2}t+2=0$

$$\left[\begin{array}{l}2\cos x=0\\2\cos^2 x+3\sqrt{2}\sin x-4=0\end{array}\right.$$

$2\cos x=0$

$\cos x=0$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$0\le\frac{\pi}{2}+\pi n<\frac{3\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2}\le\pi n<\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}$

$-\frac{1}{2}\le n<\frac{1}{2}$

$n=0\quad x=\frac{\pi}{2}$

$D = (3\sqrt{2})^2 - 16 = 18 - 16 = 2$

$t_1 = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$

$t_2 = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = \sqrt{2} \text{ - не подх., т.к. } -1 \le \sin x \le 1 \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z \qquad x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

$$0 \le \frac{\pi}{4} + 2\pi n < \frac{3\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{4} \le 2\pi n < \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$$

$$-\frac{1}{8} \le n < \frac{5}{8}$$

$$-0,\ldots \le n < 0,\ldots$$

$n = 0$

$x = \frac{\pi}{4}$

$$0 \le \frac{3\pi}{4} + 2\pi n < \frac{3\pi}{2}$$

Перельмутер Элина

$$-\frac{3\pi}{4} \le 2\pi n < \frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{4}$$

$$-\frac{3}{4} \le 2n < \frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{8} \le n < \frac{3}{8}$$

$$-0,... \le n < 0,...$$

$n = 0$

$x = \frac{3\pi}{4}$

Ответ: а) $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right.$ $\quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

б) $n = 0$ $\quad n = 0$ $\quad n = 0$

$x = \frac{\pi}{4}$ $\quad x = \frac{3\pi}{4}$ $\quad x = \frac{\pi}{2}$

+

№ 4

$$f(x) = \frac{2 tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} \qquad g(x) = \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}$$

$$f'(x) g'(x) = -f(x) g(x)$$

$$\frac{2 tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} = \sin x \qquad \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} = \cos x$$

$f'(x) = (\sin x)' = \cos x$

$g'(x) = (\cos x)' = -\sin x$

$\cos x \cdot (-\sin x) = -(\cos x \cdot \sin x)$

$-\cos x \sin x = -\cos x \sin x$

Значит

$$f'(x)g'(x) = -f(x)g(x)$$

что и требовалось доказать

Ответ: $f'(x)g'(x) = -f(x)g(x)$ $+$

2. Работы, выполненные на отметку «хорошо»

Работа №1

№3.

$25^{x-\frac{1}{2}} - 26\cdot 5^{x-1} + 5 = 0$

$5^{2x-1} - 26\cdot 5^{x-1} + 5 = 0.$

$\frac{5^{2x}}{5} - \frac{26\cdot 5^{x}}{5} + \frac{25}{5} = 0 \quad |\cdot 5$

$5^{2x} - 26\cdot 5^{x} + 25 = 0$

$5^{x} = t > 0$

$t^{2} - 26t + 25 = 0$

$t_1 = 1$

$t_2 = 25$

$5^{x} = 1$ или $5^{x} = 25$

$x = 0$ или $x = 2$

Ответ: 0. +

№4.

$\frac{3\log_5 3}{\log_5 4\cdot \log_2 3} = \frac{\log_5 3}{\log_5 4}\cdot\frac{3}{\log_2 3} = 3\cdot\frac{\log_4 3}{\log_2 3} =$

$= \frac{3\cdot\frac{1}{2}\log_2 3}{\log_2 3} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

Ответ: 1,5 +

№5.

$5\log_6 (x^2 + x - 12) \le 12 + \log_6 \frac{(x-3)^5}{x+4}$ ОДЗ: $(x-3)(x+4) > 0$

$\log (x-3)^5 (x+4)^5 \le 12 + \log_6 \frac{(x-3)^5}{x+4}$ $x \in (-\infty; -4)\cup(3; +\infty)$ $x \ne -4$

$\log_6 \frac{(x-3)^5(x+4)^5\cdot(x+4)}{(x-3)^5} \le 12$ $\quad x \ne 3$

$\log_6 (x+4)^6 \le 12$

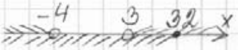
$6\log_6(x+4) \le 12$

$\log_6(x+4) \le 2$

$\log_6(x+4) \le \log_6 36$

$x+4 \le 36$

$x \le 32$



Ответ: $(-\infty;-4)\cup(3;32]$.

№2.

$\sqrt{32}-\sqrt{128}\left(\sin\frac{9\pi}{8}\right)^2$

Пусть $\frac{9\pi}{8}=\alpha$

$\sqrt{32}-\sqrt{128}\sin^2\alpha=\sqrt{32}(1-2\sin^2\alpha)=\sqrt{32}\cdot\cos 2\alpha$

$\cos\frac{2\cdot 9\pi}{8}=\cos\frac{18\pi}{8}=\cos\frac{\pi}{4}$

$\sqrt{32}\cdot\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{32}\cdot\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{64}}{2}=\frac{8}{2}=4.$

Ответ: 4.

№1.

Сумма кредита - 12000 р.

Время - 12 месяцев.

16% годовых

Найти: ежемесячная выплата.

Решение:

1. Найдем сумму, которую клиент должен выплатить за год.

$12000 \cdot 1,16 = 13920$ рублей.

2. Посчитаем сумму ежемесячной выплаты при условии, что это постоянная величина.

$\frac{13920}{12} = 1160$ рублей

Ответ: 1160. +

Работа №2

№1.

60000р. под 17%

Сумма вместе с процентами:

$60000 + 60000 \cdot 0{,}17 = 70200$ (руб.)

В месяц: $\frac{70200}{12} = 5850$ (руб). +

Ответ: 5850 руб.

№2. $7\sqrt{2}\sin\frac{15\pi}{8}\cos\frac{15\pi}{8} = \frac{7\sqrt{2}\cdot\sin\frac{15\pi}{4}}{2} =$

$= \frac{7\sqrt{2}\cdot\sin(4\pi - \frac{\pi}{4})}{2} = -\frac{7\sqrt{2}\cdot\sin\frac{\pi}{4}}{2} =$

$= -\frac{7\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{4} = -\frac{7}{2} = -3{,}5.$ +

Ответ: $-3{,}5$

№3. $\frac{f(-2)-f(18)}{7f(97)} = \frac{f(-2)-f(3)}{7\,f(2)} = \frac{-2+2}{7\cdot 2} = 0$

Ответ: 0 +

№4. $f(x) = \frac{2tg\frac{x}{2}}{1-tg^2\frac{x}{2}} = tgx$ +

$g(x) = \frac{\sin 2x}{1-\cos 2x} = \frac{2\sin x\cos x}{1-1+2\sin^2 x} = \frac{2\sin x\cos x}{2\sin^2 x} =$

$= ctgx$

$$\frac{1}{f'(x)} - \frac{1}{g'(x)} = \frac{1}{(tgx)'} - \frac{1}{(ctgx)'} = \sin^2 x + \cos^2 x =$$

$= 1$, ч.т.д.

+

№5.

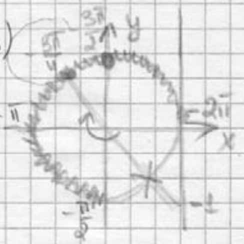
а) $\frac{1}{2}\sin 2x + \sin^2 x - \sin x = \cos x$

$\sin x \cos x + \sin^2 x - \sin x - \cos x = 0$

$\sin x(\cos x + \sin x) - (\sin x + \cos x) = 0$

$(\cos x + \sin x)(\sin x - 1) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos x + \sin x = 0 \quad |:\cos x \neq 0 \\ \sin x - 1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tgx = -1 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z. \end{array}\right.$$

б) 

$[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

$-\frac{3\pi}{4}$; $-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in Z$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in Z$.

б) $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{4}$.

Заключение

Профильное образование – это вызов 21 века, хотя идеи профильного обучения были заложены еще в прошлом столетии. Массовая практика профильного обучения только складывается, но в будущем она будет развиваться и совершенствоваться.

Профильное обучение – это не просто изучение предмета на углубленном уровне. Профильное образование дает возможность решать проблемы, ориентироваться в жизни, находить новые способы выхода из сложных ситуаций, это опыт социализации и опыт интеллектуально роста.

Подводя итоги, отметим, что в профильном обучении

- предполагается использование тех форм и методов работы с учащимися, которые во многом характерны для вузовского образования: лекции, семинары, учебные проекты, исследования.
- осуществляется переход к педагогическим технологиям, более полно учитывающим возрастные особенности и потребности учащихся старшего возраста: личностно-ориентированный характер обучения, вариативность, увеличение объёма самостоятельной работы, использование метода проектов, исследовательского метода обучения, технологии «критического мышления», технологии «дебатов».
- реализуются цели обучения школьников в том числе за счет самопознания, профессионального самоопределения и умения использовать свои собственные и внешние образовательные ресурсы для достижения результатов профильного образования.

Литература

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации
2. Профессиональный стандарт педагога
3. Колягин Ю.М. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровень./Ю.М. Колягин и др. Под редакцией А.Б. Жижченко. – М.: Просвещение. 2012
4. Колягин Ю.М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровень./Ю.М. Колягин и др. Под редакцией А.Б. Жижченко. – М.: Просвещение. 2012
5. Шабунин М.И. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс: профильный уровень./ М.И. Шабунин и др. – М.: Просвещение. 2012
6. Ткачёва М.В. Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты. 10 класс: базовый и профильный уровни. /М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова. – М.: Просвещение. 2011
7. Фёдорова Н.Е. Изучение алгебры и начал математического анализа в 10 классе. Книга для учителя. /Н.Е. Фёдорова, М.В. Ткачёва. М.: Просвещение. 2011

8. Шабунин М.И. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 11 класс: профильный уровень./ М.И. Шабунин и др. – М.: Просвещение. 2012
9. Ткачёва М.В. Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты. 11 класс: базовый и профильный уровни. /М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова. – М.: Просвещение. 2011
10. Фёдорова Н.Е. Изучение алгебры и начал математического анализа в 11 классе. Книга для учителя. /Н.Е. Фёдорова, М.В. Ткачёва. – М.: Просвещение. 2011
11. Никольский С.М. Алгебра и начала анализа: учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений /С.М. Никольский и др. – М.: Просвещение, 2013.
12. Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа: книга для учителя 10 класс, /М. К. Потапов, А. В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2012.
13. Потапов М.К. Алгебра и начала анализа: дидактические материалы, 10 класс, /М. К. Потапов, А. В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2011 г.
14. Шепелева Ю.В. Алгебра и начала математического анализа: тематические тесты, 10 класс, /Ю. В. Шепелева. М.: Просвещение, 2011 г.
15. Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа: книга для учителя 11 класс, /М. К. Потапов, А. В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2012.
16. Потапов М.К. Алгебра и начала анализа: дидактические материалы, 11 класс, /М. К. Потапов, А. В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2011 г.
17. Шепелева Ю.В. Алгебра и начала математического анализа: тематические тесты, 11 класс, /Ю. В. Шепелева. М.: Просвещение, 2011 г.
18. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10 класс: учебник профильного уровня / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2012.
19. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала анализа. 10 класс: задачник профильного уровня / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов и др. – М.: Мнемозина, 2012.
20. Александрова, Л. А. Алгебра и начала анализа: самостоятельные работы. 10 класс / Л. А. Александрова. – М.: Мнемозина, 2011.
21. Денищева, Л. О. Алгебра и начала анализа. 10–11 классы: тематические тесты и зачеты / Л. О. Денищева, Т. А. Корешкова. – М.: Мнемозина, 2011.
22. В.И. Глизбург. Алгебра и начала математического анализа-10. Контрольные работы (профильный уровень) под ред. А.Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2011.
23. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 11 класс: учебник профильного уровня / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2012.
24. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала анализа. 11 класс: задачник профильного уровня / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов и др. – М.: Мнемозина, 2012.

25. Александрова, Л. А. Алгебра и начала анализа: самостоятельные работы. 11 класс / Л. А. Александрова. – М.: Мнемозина, 2011.
26. В.И. Глизбург. Алгебра и начала математического анализа-11. Контрольные работы (профильный уровень) под ред. А.Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2011.
27. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения / В. С. Крамор. – М.: ООО «Издательство “Мир и Образование”», 2012.
28. Заболотнева Н.В.Олимпиадные задания по математике: 10-11 классы / Н. В. Заболотнева. – Волгоград: Учитель, 2006.
29. Сборники для подготовки и проведения ЕГЭ / 2012 - 2016
30. www.mathege.ru
31. www.alexlarin.net
32. https://math-ege.sdamgia.ru

Приложение 1

Решение вариантов мониторинговых работ
Мордкович А.Г., Семёнов П.В.
10 класс, 2013 год

№1

$f(x)=\left(x^2+3x-4\right)^5-\sin\pi x,\ x_0=1;$

$f'(x)=5\left(x^2+3x-4\right)^4\cdot\left(2x+3\right)-\pi\cos\pi x;$

$f'(1)=5\left(1^2+3\cdot1-4\right)^4\cdot\left(2\cdot1+3\right)-\pi\cos\pi=5\left(1+3-4\right)^4\cdot\left(2+3\right)+\pi=\pi$

Ответ: π.

№2

a^2+1+6i и $5-3ai$

$\begin{cases}a^2+1=5,\\3a=6;\end{cases}\ \begin{cases}a^2=4,\\a=2.\end{cases}\Rightarrow a=2$

Ответ: 2.

№3

$2y-1=15,\ x\in\mathbf{Z};\ y\in\mathbf{Z}.$

$2y=15+x$

$y=\dfrac{15+x}{2}$

$\begin{matrix}x=1 & y=8\\x=3 & y=9\end{matrix}\Rightarrow x=2k-1$

$y=\dfrac{15+2k-1}{2}=\dfrac{14+2k}{2}=7+k$

$\left(2k-1;7+k\right)$

Ответ: $\left(2k-1;7+k\right)$.

№4

$$20\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}=\frac{20\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}}{\sin\frac{\pi}{7}}=\frac{10\sin\frac{2\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}}{\sin\frac{\pi}{7}}=$$

$$=\frac{5\sin\frac{4\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}}{\sin\frac{\pi}{7}}=\frac{2,5\sin\frac{8\pi}{7}}{\sin\frac{\pi}{7}}=\frac{2,5\sin\left(\pi+\frac{\pi}{7}\right)}{\sin\frac{\pi}{7}}=\frac{-2,5\sin\frac{\pi}{7}}{\sin\frac{\pi}{7}}=-2,5.$$

Ответ: $-2,5$.

№5

$$\sin\left(2\arccos\frac{12}{13}\right)$$

$$\arccos\frac{12}{13}=\alpha \Rightarrow \cos\alpha=\frac{12}{13}, \alpha\in I\ \textit{четверти},$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha;$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1;$$

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}, \textit{т.к. } \alpha\in I\ \textit{четверти}$$

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\frac{144}{169}}=\frac{5}{13};$$

$$2\sin\alpha\cos\alpha=2\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{12}{13}=\frac{120}{169}.$$

Ответ: $\frac{120}{169}$.

№6

$$\sin x+\sin^2\frac{x}{2}=\cos^2\frac{x}{2} \qquad [-4\pi;-\frac{\pi}{2}]$$

$$\sin x=\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}$$

$$\sin x=\cos x$$

$$\sin x-\cos x=0 \qquad |:\cos x\neq 0$$

$$\operatorname{tg} x-1=0$$

$$\operatorname{tg} x=1$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$$

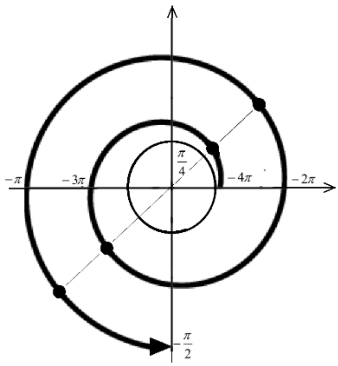
1 *способ*.

$$x_1=-4\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{15\pi}{4}$$

$$x_2=-3\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{11\pi}{4}$$

$$x_3=-2\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{7\pi}{4}$$

$$x_1=-\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{3\pi}{4}$$



$2\,способ.$

$$-4\pi \le \frac{\pi}{4}+\pi n \le -\frac{\pi}{2} \quad \Big|:\pi$$

$$-4 \le \frac{1}{4}+n \le -\frac{1}{2}$$

$$-4\frac{1}{4} \le n \le -\frac{3}{4}$$

$n=-4$ $\qquad x_1=\frac{\pi}{4}-4\pi=-\frac{15\pi}{4}$

$n=-3$ $\qquad x_2=\frac{\pi}{4}-3\pi=-\frac{11\pi}{4}$

$n=-2$ $\qquad x_3=\frac{\pi}{4}-2\pi=-\frac{7\pi}{4}$

$n=-1$ $\qquad x_1=\frac{\pi}{4}-\pi=-\frac{3\pi}{4}$

$3\,способ$ – *перебор целых значений* n.

Ответ: $\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$

$$-\frac{15\pi}{4};-\frac{11\pi}{4};-\frac{7\pi}{4};-\frac{3\pi}{4}$$

С.М. Никольский.
10 класс 2013г
Вариант I

№1.

$$\log_{81}\log_9 729=\log_{81}\log_9 9^3=\log_{81}3=\log_{3^4}3=\frac{1}{4}\log_3 3=0,25$$

Ответ: $0,25$

№2

$$\frac{3}{\sqrt[3]{100}+\sqrt[3]{70}+\sqrt[3]{49}}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{7}=\frac{3}{\left(\sqrt[3]{10}\right)^2+\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{10}+\left(\sqrt[3]{7}\right)^2}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{7}=$$

$$=\frac{3\cdot\left(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{7}\right)}{\left(\left(\sqrt[3]{10}\right)^2+\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{10}+\left(\sqrt[3]{7}\right)^2\right)\left(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{7}\right)}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{7}=\frac{3\left(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{7}\right)}{\left(\sqrt[3]{10}\right)^3-\left(\sqrt[3]{7}\right)^3}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{7}=$$

$$=\frac{3\left(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{7}\right)}{10-7}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{7}=\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{7}=0$$

Ответ :0.

№3

$$x+(x-9)\left(\sqrt{x}-3\right)^{-1}=135$$

ОДЗ :

$$\begin{cases} x\geq 0, \\ \sqrt{x}-3>0 \end{cases} \Rightarrow x>9$$

$$x+\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}=135;$$

$$x+\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}-3}=135;$$

$$x+\sqrt{x}+3-135=0;$$

$$x+\sqrt{x}-132=0;$$

$$\sqrt{x}=t, t\geq 0;$$

$$t^2+t-132=0;$$

$$D=1-4\cdot(-132);$$

$$D=529=23^2;$$

$$t_{1,2}=\frac{-1\pm 23}{2}$$

$t_1=-12-$ *не удовлетворяет условию* $t\geq 0;$

$$t_2=11;$$

$$\sqrt{x}=11;$$

$$x=121.$$

Ответ :121.

№4

$$\frac{2x^2+x-6}{4^x+2^{x+1}-48}\leq 0;$$

$$\frac{2x^2+x-6}{4^x+2\cdot 2^x-48}\leq 0;$$

Решим неравенство, используя метод интервалов:

$2x^2 + x - 6 = 0;$

$D = 1 + 48 = 49;$

$x = \frac{-1 \pm 7}{4};$

$x_1 = -2, x_2 = 1,5$

$4^x + 2 \cdot 2^x - 48 = 0$

$2^x = t, t > 0;$

$t^2 + 2t - 48 = 0;$

$\frac{D}{4} = 49;$

$t = \frac{-1 \pm 7}{1};$

$t_1 = -8 -$ *не удовлетворяет условию* $t > 0$

$t_2 = 6$

$2^x = 6;$ *или* $1,5 < 2$

$x = \log_2 6;$ $\log_2 6 > 2 \Rightarrow 1,5 < \log_2 6$

$1,5 \vee \log_2 6$

$3 \vee 2 \cdot \log_2 6$

$\log_2 8 \vee \log_2 36$

$\log_2 8 < \log_2 36 \Rightarrow 1,5 < \log_2 6$

$x \in (-\infty; -2] \cup [1,5; \log_2 6).$

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup [1,5; \log_2 6).$

№5

$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} \left(6^{x+1} - 36^x\right) \geq -2;$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} \left(6^{x+1} - 36^x\right) \geq \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 5$

Функция $y = \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} t$ убывает, следовательно, получим

$$\begin{cases} 6^{x+1} - 36^x > 0, \\ 6^{x+1} - 36^x \leq 5. \end{cases}$$

1) $6^{x+1} - 36^x > 0;$

$6^{x+1} > 6^{2x};$

Функция $y = a^t$ возрастает.

$x + 1 > 2x;$

$x < 1;$

$x \in (-\infty; 1).$

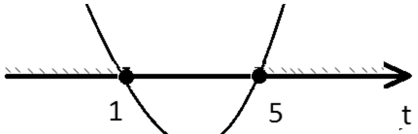
$2) 6^{x+1} - 36^x \le 5;$

$36^x - 6 \cdot 6^x - 5 \ge 0;$

$6^x = t, t > 0;$

$t^2 - 6t + 5 \ge 0;$

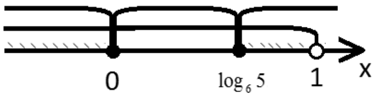
$t_1 = 1, t_2 = 5.$



$\left[\begin{array}{l} t \le 1, \\ t \ge 5; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 6^x \le 1, \\ 6^x \ge 5; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 6^x \le 6^0, \\ 6^x \ge 6^{\log_6 5}; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x \le 0, \\ x \ge \log_6 5. \end{array}\right.$

$x \in (-\infty; 0] \cup [\log_6 5; +\infty).$

3) $\log_6 5 < 1$



$x \in (-\infty; 0] \cup [\log_6 5; 1).$

$\textit{Ответ}: (-\infty; 0] \cup [\log_6 5; 1).$

№6

$2x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 2 = 0 \;\Big|: x^2$

$2x^2 + 5x + 6 + \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$

$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$

$x + \frac{1}{x} = t; \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = t^2; x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = t^2; x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$

$2\left(t^2 - 2\right) + 5t + 6 = 0$

$2t^2 + 5t + 2 = 0$

$D=25-16=9$

$t=\frac{-5\pm 3}{4}$

$t_1=-2,$ $\qquad$ $t_2=-\frac{1}{2}$

$x+\frac{1}{x}=-2$ $\qquad$ $x+\frac{1}{x}=-\frac{1}{2}$

$x^2+2x+1=0$ $\qquad$ $2x^2+x+2=0$

$(x+1)^2=0$ $\qquad$ $D<0-\text{корней нет.}$

$x=-1$

Или можно оценить.

$x+\frac{1}{x}\geq 2\ \text{при}\ x>0\ \text{и}\ x+\frac{1}{x}\leq -2\ \text{при}\ x<0$

Ответ $:-1.$

Мордкович А.Г., Семёнов П.В.
10 класс, 2014 год
Вариант 1

№1

$$\frac{\cos 2x+\sin^2 x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-x\right);$$

$$\frac{\cos^2-\cancel{\sin^2 x}+\cancel{\sin^2 x}}{2\sin x\cos x}=\frac{1}{2}\operatorname{ctg} x;$$

$$\frac{\cos^2 x}{2\sin x\cos x}=\frac{1}{2}\operatorname{ctg} x;$$

$$\frac{\cos x}{2\sin x}=\frac{1}{2}\operatorname{ctg} x;$$

$$\frac{1}{2}\operatorname{ctg} x=\frac{1}{2}\operatorname{ctg} x,\ \text{что и требовалось доказать.}$$

№2

$$f(x)=\frac{x^2+4}{x};$$

$$\frac{x^2+4}{x}=a;$$

$$x^2+4=ax;$$

$$x^2-ax+4=0;$$

$$D=a^2-16;$$

$D \geq 0; a^2 - 16 \geq 0;$

$(a+4)(a-4) \geq 0$

$a \in (-\infty; 4] \cup [4; +\infty).$

Ответ $: E(f) = (-\infty; 4] \cup [4; +\infty).$

№3

$2\sin^3 x + 3\sin^2 x = 2\sin x, [-2\pi; 0];$

$2\sin^3 x + 3\sin^2 x - 2\sin x = 0;$

$\sin x \left(2\sin^2 x + 3\sin x - 2\right) = 0;$

$\sin x = 0;$ *или* $\left(2\sin^2 x + 3\sin x - 2\right) = 0;$

$x = \pi n, n \in \mathbf{Z}$

$\sin x = t, t \in [-1; 1];$

$2t^2 + 3t - 2 = 0;$

$D = 9 + 16 = 25;$

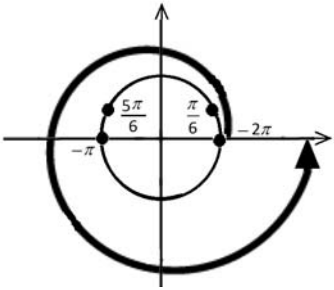
$t = \dfrac{-3 \pm 5}{4};$

$t_1 = -2 -$ *не удовлетворяет условию* $t \in [-1; 1];$

$t_2 = \dfrac{1}{2};$

$\sin x = \dfrac{1}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}, \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}/ \end{array}\right.$$



$$x_1 = -2\pi; x_2 = -2\pi + \frac{11\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6};$$

$$x_3 = -\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}; x_4 = -\pi; x_5 = 0.$$

Отбор можно сделать, решая двойное неравенство относительно *n* или методом перебора целых значений.

$Ответ: а) x = \pi n, n \in \mathbf{Z};$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z},$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

$$б) -2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}; -\pi; 0.$$

№4

$$\left|x^2 + 4x\right| < 5;$$

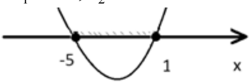
$$\begin{cases} x^2 + 4x < 5, \\ x^2 + 4x > -5; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 4x - 5 < 0, \\ x^2 + 4x + 5 > 0; \end{cases}$$

$$1) x^2 + 4x - 5 < 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 5 = 9$$

$$x = \frac{-2 \pm 3}{1}$$

$$x_1 = -5, x_2 = 1$$

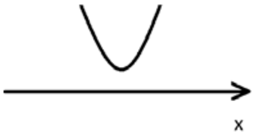


$$x \in (-5; 1)$$

$2)x^2+4x+5>0$

$\frac{D}{4}=4-5=-1$

$\frac{D}{4}<0-$ *корней нет*



$x\in$ Ў.

Ответ: $(-5;1)$.

№5

$\cos x=x^2-4\pi x+4\pi^2+1$

$\cos x=(x-2\pi)^2+1$

$\cos x\in[-1;1]$

$(x-2\pi)^2\geq 0$

$(x-2\pi)^2+1\geq 1$

Тогда получим

$$\begin{cases}\cos x=1,\\(x-2\pi)^2+1=1;\end{cases}\begin{cases}\cos x=1,\\(x-2\pi)^2=0;\end{cases}\begin{cases}\cos x=1,\\x=2\pi;\end{cases}\Rightarrow x=2\pi$$

Ответ: 2π.

С.М. Никольский, 10 класс
2014 год

№1

$$15\log_{25\sqrt[7]{5}}\left(125\sqrt[7]{5}\right)=15\log_{5^2\cdot 5^{\frac{1}{7}}}\left(5^3\cdot 5^{\frac{1}{7}}\right)=15\log_{5^{2\frac{1}{7}}}5^{3\frac{1}{7}}=$$

$$=15\log_{5^{\frac{15}{7}}}5^{\frac{22}{7}}=15\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{22}{7}=22$$

Ответ: 22.

№2

$$\left(\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}+9^{-\frac{1}{4}}\right)\left(\sqrt[4]{9^{-1}}-\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)=\left(\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}+9^{-\frac{1}{4}}\right)\left(9^{-\frac{1}{4}}-\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)=$$

$$=\left(9^{-\frac{1}{4}}\right)^2-\left(\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^2=9^{-\frac{1}{2}}-\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{4}{3}}=\sqrt{\frac{1}{9}}-2^{-2}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}.$$

$Ответ:\frac{1}{12}.$

№3

$6x+(25-x)\left(5-\sqrt{x}\right)^{-1}=6;$

ОДЗ

$\begin{cases}x\geq 0,\\5-\sqrt{x}>0;\end{cases}$

$6x+\frac{25-x}{5-\sqrt{x}}-6=0;$

$6x+\frac{\left(5-\sqrt{x}\right)\left(5+\sqrt{x}\right)}{5-\sqrt{x}}=0;$

$6x+5+\sqrt{x}-6=0;$

$6x+\sqrt{x}-1=0;$

$\sqrt{x}=t, t\geq 0;$

$6t^2+t-1=0;$

$D=1+24=25;$

$t=\frac{-1\pm 5}{12};$

$t_1=\frac{4}{12}=\frac{1}{3};$

$t_2=-\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}-$ *не удовлетворяет условию* $t\geq 0;$

$\sqrt{x}=\frac{1}{3};$

$x=\frac{1}{9}.$

$Ответ:\frac{1}{9}.$

№4

$$2\cdot 3^{x}+\frac{7}{3^{x}}<61\cdot 3^{-x};$$

$$2\cdot 3^{x}+\frac{7}{3^{x}}<\frac{61}{3^{x}}\Big|\times 3^{x};$$

$$2\cdot 3^{2x}+7<61;$$

$$2\cdot 3^{2x}<54;$$

$$3^{2x}<3^{3};$$

Так как функция $y=3^{t}$ возрастает на R, то получим

$$2x<3;$$

$$x<1,5;$$

$$x\in(-\infty;1,5).$$

$$\textit{Ответ}:(-\infty;1,5),\textit{наибольшее целое}\,1.$$

№5

$$\log_2\left(x^2+2x-3\right)\geq 1+\log_2\frac{x+3}{x-1};$$

$$\log_2(x+3)(x-1)\geq 1+\log_2\frac{x+3}{x-1};$$

$$\textit{ОДЗ}:(x+3)(x-1)>0$$

$$x\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty).$$

$$\log_2(x+3)(x-1)-\log_2\frac{x+3}{x-1}\geq 1;$$

$$\log_2\frac{(x+3)(x-1)\cdot(x-1)}{x+3}\geq\log_2 2;$$

$$\log_2(x-1)^2\geq\log_2 2;$$

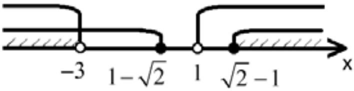
Учитывая, что функция $y=\log_2 t$ возрастающая, получим

$$(x-1)^2\geq 2;$$

$$\left[\begin{array}{l}x-1\geq\sqrt{2},\\ x-1\leq-\sqrt{2};\end{array}\right.\quad\left[\begin{array}{l}x\geq\sqrt{2}-1,\\ x\leq 1-\sqrt{2};\end{array}\right.$$

$$x\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty).$$

С учетом ОДЗ получим



$x \in (-\infty;-3) \cup \left[1+\sqrt{2};+\infty\right).$

Ответ: $(-\infty;-3) \cup \left[1+\sqrt{2};+\infty\right).$

Мордкович А.Г., Семёнов П.В.
10 класс, 2015 год

№1

1) $12000 \cdot 1{,}16 = 13920$ (р) – необходимо выплатить за 12 месяцев
2) $13920 : 12 = 1160$ (р) – клиент должен вносить в банк ежемесячно.

Ответ: 1160 рублей.

№2

$$\sqrt{32}-\sqrt{128}\sin^2\frac{9\pi}{8}=\sqrt{32}\left(1-\sqrt{4}\sin^2\frac{9\pi}{8}\right)=4\sqrt{2}\left(1-2\sin^2\frac{9\pi}{8}\right)=4\sqrt{2}\cos\frac{9\pi}{4}=$$
$$=4\sqrt{2}\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)=4\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}=4\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=4$$

Ответ: 4.

№3

$$\frac{f(-22)\cdot f(0)}{f(-4)}+f(15),\ f(-3)=-11$$

$f(x)$ – *нечётная*, $T=9$

$f(0)=0,$ *так как функция нечётная* $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{f(-22)\cdot f(0)}{f(-4)}=0$$

$$f(15)=f(15-18)=f(-3)=-11$$

Ответ: -11.

№4

$$f(x)=\frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}},\ g(x)=\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}.$$

Доказать: $f'(x)g'(x)=-f(x)g(x)\cdot$

$$f\left(x\right)=\frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}=\frac{2\cdot\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}}{1+\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}}=\frac{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}}=\frac{\sin x}{1}=\sin x$$

$$g\left(x\right)=\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}=\frac{1-\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}}{1+\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}}=\frac{\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}}=\frac{\cos x}{1}=\cos x$$

$\left(\sin x\right)'\left(\cos x\right)'=-\sin x\cos x;$

$\cos x\left(-\sin x\right)=-\sin x\cos x;$

$-\sin x\cos x=-\sin x\cos x-$ что и требовалось доказать.

№5

$4\cos^3 x+3\sqrt{2}\sin 2x=8\cos x,\left[0;\frac{3\pi}{2}\right);$

$4\cos^3 x+6\sqrt{2}\sin x\cos x-8\cos x=0;$

$2\cos x\left(2\cos^2 x+3\sqrt{2}\sin x-4\right)=0$

$2\cos x=0$ *или* $2\cos^2 x+3\sqrt{2}\sin x-4=0$

$\cos x=0$ $\quad 2\left(1-\sin^2 x\right)+3\sqrt{2}\sin x-4=0$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n,n\in ў$ $\quad -2\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x-2=0$

$2\sin^2 x-3\sqrt{2}\sin x+2=0$

$\sin x=t,t\in\left[-1;1\right]$

$2t^2-3\sqrt{2}t+2=0$

$t=\frac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{2}}{4}$

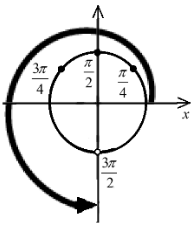
$t_1=\sqrt{2}-$ *не удовлетворяет*

условию $t\in\left[-1;1\right]$

$$t_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ x &= \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{aligned}\right.$$



$$x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{\pi}{2}, x_3 = \frac{3\pi}{4}.$$

Ответ:

$a) x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$б) \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}.$

С.М. Никольский.
10 класс 2015г

№1

1) $12000 \cdot 1{,}16 = 13920$ (р) – необходимо выплатить за 12 месяцев
2) $13920 : 12 = 1160$ (р) – клиент должен вносить в банк ежемесячно.

Ответ: 1160 рублей.

№2

$$\sqrt{32} - \sqrt{128}\sin^2\frac{9\pi}{8} = \sqrt{32}\left(1 - \sqrt{4}\sin^2\frac{9\pi}{8}\right) = 4\sqrt{2}\left(1 - 2\sin^2\frac{9\pi}{8}\right) = 4\sqrt{2}\cos\frac{9\pi}{4} =$$

$$= 4\sqrt{2}\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 4\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$$

Ответ: 4.

№3

$$25^{x-\frac{1}{2}} - 26 \cdot 5^{x-1} + 5 = 0$$

$$\frac{25^x}{25^{\frac{1}{2}}}-\frac{26\cdot 5^x}{5}+5=0$$

$$\frac{25^x}{5}-\frac{26\cdot 5^x}{5}+5=0$$

$$25^x-26\cdot 5^x+25=0$$

$$5^x=t, t>0$$

$$t^2-26t+25=0$$

$$t_1=1 \qquad t_2=25$$

$$5^x=1 \qquad 5^x=25$$

$$5^x=5^1 \qquad 5^x=5^2$$

$$x=0 \qquad x=2$$

Наименьший корень 0.

Ответ : 0.

№4

$$\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}-\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}=\frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}=t, t\geq 0$$

$$t-\frac{1}{t}=\frac{3}{2}$$

$$2t^2-3t-2=0$$

$$D=9+16=25$$

$$t=\frac{3\pm 5}{4}$$

$$t_1=-\frac{1}{2}-\textit{не удовлетворяет условию } t\geq 0$$

$$t_2=2$$

$$\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}=2$$

$$\frac{x+1}{x-1}=4$$

$$x+1=4(x-1)$$

$$x+1=4x-4$$

$$3x=5$$

$x=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$

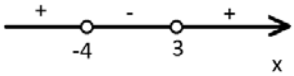
$Ответ: 1\frac{2}{3}.$

№5

$5\log_6(x^2+x-12)\le 12+\log_6\frac{(x-3)^5}{x+4}$

$5\log_6(x-3)(x+4)\le 12+\log_6\frac{(x-3)^5}{x+4}$

$ОДЗ: (x-3)(x+4)>0$



$x\in(-\infty;-4)\cup(3;+\infty)$

$5\log_6(x-3)(x+4)-\log_6\frac{(x-3)^5}{x+4}\le 12$

$\log_6\frac{(x-3)^5(x+4)^5(x+4)}{(x-3)^5}\le 12$

$\log_6(x+4)^6\le 12$

$6\log_6|x+4|\le 12$

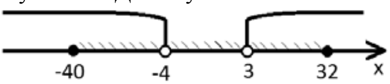
$\log_6|x+4|\le 2$

$\log_6|x+4|\le \log_6 36$

Так как функция $y=\log_6 t$ возрастающая, то получим

$\begin{cases}x+4\le 36,\\ x+4\ge -36;\end{cases}\ \begin{cases}x\le 32,\\ x\ge -40\end{cases}\Rightarrow x\in[-40;32]$

С учетом ОДЗ получим:



$Ответ: x\in[-40;-4)\cup(3;32].$

А.Г. Мордкович
11 класс, 2012
Вариант I.

№1.

$\sqrt[3]{125}-\sqrt[4]{625}+\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}-\sqrt[4]{36}+\sqrt[4]{4}=5-5+\frac{4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}-\sqrt{6}+\sqrt{2}=$

$$=\frac{4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{6-2}-\sqrt{6}+\sqrt{2}=\sqrt{6}-\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{2}=0$$

Ответ :0

№2.

$$\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{3}{5}\right)$$

$$\arccos\frac{3}{5}=\alpha\Rightarrow\cos\alpha=\frac{3}{5},\ \alpha\in\text{I}\ \textit{четверти}$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

$$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$$

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha},\ \textit{т.к}\ \alpha\in\text{I}\,\textit{четверти}$$

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{4}{5}:\frac{3}{5}=\frac{4}{3}$$

Ответ : $\frac{4}{3}$

№3.

$$x^3-6x^2+11x-6$$

$x=1-$ *корень многочлена*

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 1 & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}-\textit{схема Горнера}$$

$$(x-1)\left(x^2-5x+6\right)=(x-1)(x-2)(x-3)$$

Ответ : $(x-1)(x-2)(x-3)$.

№4.

$$y=20\operatorname{tg}x-20x-5\pi+5,\qquad |x|\le\frac{\pi}{4}$$

$$y'=\frac{20}{\cos^2 x}-20$$

$$y'=0$$

$$\frac{20}{\cos^2 x}-20=0$$

$$\frac{1}{\cos^2 x}=1$$

$$\cos^2 x=1$$

$$\cos x=\pm 1$$

$$x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]\Rightarrow x=0$$

$$y(0)=20\,\mathrm{tg}\,0-0-5\pi+5=5-5\pi$$

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-20\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}+5\pi-5\pi+5=-15$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right)=20\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}-5\pi-5\pi+5=25-10\pi$$

$$y_{наим}=-15$$

Ответ: -15.

№5.

$$f(x)=15x^4-26x^3+\frac{12-12\cos^2(\pi x)}{\sin^2(\pi x)}\cdot x^2$$

$$D(f):\sin\pi x\neq 0$$

$$f(x)=15x^4-26x^3+\frac{12(1-\cos^2(\pi x))}{\sin^2(\pi x)}\cdot x^2=15x^4-26x^3+$$

$$+\frac{12\sin^2(\pi x)}{\sin^2(\pi x)}\cdot x^2=15x^4-26x^3+12x^2$$

$$f'(x)=60x^3-78x^2+24x$$

$$f'(x)=0$$

$$60x^3-78x^2+24x=0$$

$$6x\left(10x^2-13x+4\right)=0$$

$6x=0$ *или* $10x^2-13x+4=0$

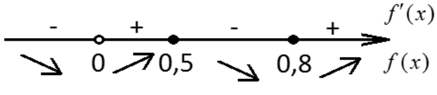
$x=0$ (*не входит в* $D(f)$)

$$D=169-160=9=3^2$$

$$x_{1;2}=\frac{13\pm 3}{20}$$

$$x_1=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}=0{,}8$$

$$x_2=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}=0{,}5$$



$x_{\min} = 0,8$

Ответ $: 0,8.$

№6.

$\left(2\sin^2 x - 7\sin x - 4\right)\sqrt{-5\,\mathrm{tg}\,x} = 0$

ОДЗ $:\ \mathrm{tg}\,x \le 0$

$2\sin^2 x - 7\sin x - 4 = 0$ *или* $\mathrm{tg}\,x = 0$

$\sin x = t,\ t \in [-1;1]$ $\qquad x = \dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$

$2t^2 - 7t - 4 = 0$

$D = 49 + 32 = 81$

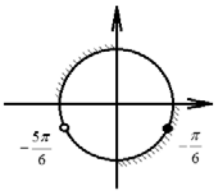
$t_{1;2} = \dfrac{7 \pm 9}{4}$

$t_1 = 4$ *не удовлетворяет условию* $t \in [-1;1]$

$t_2 = -\dfrac{1}{2}$

$\sin x = -\dfrac{1}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z} \\ x = -\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z} \end{array}\right.$$



$x = -\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n,\quad n \in \mathbf{Z}$ *не входит в ОДЗ*

Ответ $: -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$

$-\dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$

С.М. Никольский
11 класс, 2012 г.
Вариант I

№1

$S(t)=5t^2+6t\ (м)\qquad t=7c$

$V(t)=S'(t)=10t+6$

$V(7)=10\cdot 7+6=76\,(м/c)$

Ответ: 76 м/с

№2

$y=4x+6\qquad\qquad y=x^2-8x+C$

$k=f'(x_0)\qquad\qquad y'=2x-8$

$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

$y=x_0^2-8x_0+C+(2x_0-8)(x-x_0)$

$y=(2x_0-8)x+x_0^2-8x_0+C-2x_0^2+8x_0$

$y=(2x_0-8)+C-x_0^2$

$\begin{cases}2x_0-8=4,\\ C-x_0^2=6;\end{cases}\quad \begin{cases}x_0=6,\\ C-36=6;\end{cases}\quad \begin{cases}x_0=6,\\ C=42.\end{cases}$

Ответ: 42.

№3

$0,4^{5x+4}=0,5\sqrt{10}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^{5x+4}=\sqrt{2,5}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^{5x+4}=\sqrt{\frac{25}{10}}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^{5x+4}=\sqrt{\frac{5}{2}}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^{5x+4}=\left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{1}{2}}$

$5x+4=-0,5$

$5x=-4,5$

$x=-0,9$

Ответ: $-0,9$.

$$y = 3\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x - 4\sqrt{3}\,x - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \qquad |x| \le \frac{\pi}{4}$$

$$y' = \frac{3\sqrt{3}}{\cos^2 x} - 4\sqrt{3}$$

$$y' = 0 \qquad \frac{3\sqrt{3}}{\cos^2 x} - 4\sqrt{3} = 0$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{\cos^2 x} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{4}{3}$$

$$\cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$$

$$x = \pm\frac{\pi}{6}$$

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4\sqrt{3}\,\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{3} + \sqrt{3}\pi - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} =$$

$$= -3\sqrt{3} + \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) - 4\sqrt{3}\,\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3}\pi -$$

$$- \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - \frac{5\pi}{\sqrt{3}}$$

$$y\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 4\sqrt{3}\,\frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3} +$$

$$+ \frac{2\sqrt{3}\pi}{3} - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = -3 + \frac{2\sqrt{3}\pi - 2\sqrt{3}\pi}{3} = -3$$

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right) - 4\sqrt{3}\,\frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}\pi}{3} -$$

$$- \frac{2\sqrt{3}\pi}{3} = 3 - \frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$$

$$y_{наиб} = -3$$

Ответ: -3.

№5

$$\sin\frac{\pi}{12}\left(\sin^4\frac{59\pi}{24}-\sin^4\frac{49\pi}{24}\right)=$$

$$=\sin\frac{\pi}{12}\left(\sin^4\frac{59\pi}{24}-\sin^4\left(\frac{9\pi}{2}-\frac{59\pi}{24}\right)\right)=$$

$$=\sin\frac{\pi}{12}\left(\sin^4\frac{59\pi}{24}-\cos^4\frac{59\pi}{24}\right)=$$

$$=\sin\frac{\pi}{12}\left(\sin^2\frac{59\pi}{24}-\cos^2\frac{59\pi}{24}\right)\cdot\left(\sin^2\frac{59\pi}{24}+\cos^2\frac{59\pi}{24}\right)=$$

$$=\sin\frac{\pi}{12}\left(-\cos\frac{59\pi}{12}\right)\cdot 1=-\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{59\pi}{12}=$$

$$=-\sin\frac{\pi}{12}\cos\left(4\pi+\frac{11\pi}{12}\right)=-\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{11\pi}{12}=$$

$$=-\sin\frac{\pi}{12}\cos\left(\pi-\frac{\pi}{12}\right)=\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=0,25$$

Ответ: 0,25.

№6

$$\log_{x^2}(2-x)\le 1;\qquad \log_{x^2}(2-x)\le\log_{x^2}x^2;$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2>1,\\ 2-x>0,\\ 2-x\le x^2;\end{cases}\\ \begin{cases}0<x^2<1,\\ 2-x>0,\\ 2-x\ge x^2;\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\text{I. }\begin{cases}x^2>1,\\ 2-x>0,\\ 2-x\le x^2.\end{cases}$$

1) $x^2>1$

$|x|>1$

$x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

2) $2-x>0$

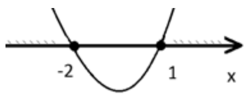
$x<2$

$x\in(-\infty;2)$

3) $2-x\le x^2$

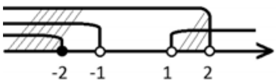
$x^2+x-2\ge 0$

$x_1=-2\quad x_2=1$



$x\in(-\infty;-2]\cup[1;+\infty)$

4)



$x \in (-\infty; -2] \cup (1;\ 2)$

$$\text{II.}\begin{cases} 0 < x^2 < 1, \\ 2 - x > 0, \\ 2 - x \ge x^2. \end{cases}$$

1) $0 < x^2 < 1$

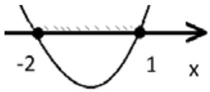
$0 < |x| < 1$

$x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$

2) $2 - x > 0$

$x < 2$

$x \in (-\infty; 2)$



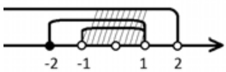
3) $2 - x \ge x^2$

$x^2 + x - 2 \le 0$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 1$

$x \in [-2; 1]$

4)



$x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$

Ответ : $x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$.

А.Г. Мордкович,
11 класс 2013г
Вариант 1.

№1

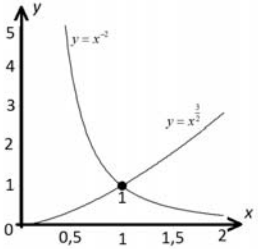
$x^{\frac{3}{2}} \ge x^{-2}$

$y = x^{\frac{3}{2}}$

x	0	1	4
y	0	1	8

$y = x^{-2}$

x	0,5	1	2
y	4	1	0,25



$x \in [1; +\infty)$

Ответ $:[1; +\infty)$

№2

$2\sin^2 x + 3\cos x = 0 \qquad \left[-\dfrac{3\pi}{2}; \pi\right]$

$2\left(1 - \cos^2 x\right) + 3\cos x = 0$

$-2\cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0$

$2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$

$\cos x = t, \quad t \in [-1; 1]$

$2t^2 - 3t - 2 = 0$

$D = 9 + 16 = 25$

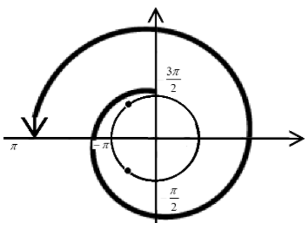
$t = \dfrac{3 \pm 5}{4}$

$t_1 = 2 - \text{не удовлетворяет условию } t \in [-1; 1]$

$t_2 = -\dfrac{1}{2}$

$\cos x = -\dfrac{1}{2}$

$x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$



$Ответ: а) \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

$б) -\frac{4\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$

$$x_1 = -\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{-9\pi + \pi}{6} = \frac{-8\pi}{6} = -\frac{4\pi}{3}$$

$$x_2 = -\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}$$

$$x_3 = \frac{2\pi}{3}$$

№3

$$6x^3 - 13x^2 + 9x - 2 = 0$$

$x = 1 -$ *корень уравнения*

Схема Горнера

	6	−13	9	−2
1	6	−7	2	0

$$(x-1)(6x^2 - 7x + 2) = 0$$

$x - 1 = 0 \qquad 6x^2 - 7x + 2 = 0$

$x = 1 \qquad D = 49 - 48 = 1$

$$x = \frac{7 \pm 1}{12}$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \qquad x_2 = \frac{1}{2}$$

$Ответ: \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1$

№4

$$y = \cos^2 3x - \sin^2 3x$$

$$y = \cos 6x \qquad x_0 = \frac{\pi}{6}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = y'(x_0)$$

$$y' = -6\sin 6x$$

$$y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -6\sin 6\cdot\frac{\pi}{6} = -6\sin\pi = -6\cdot 0 = 0$$

$$\operatorname{tg}\alpha = 0$$

Ответ: 0

№5

$$g(x) = \left(8 - x^2\right)\left(\sqrt{x}\right)^4$$

$$D(g) = [0; +\infty)$$

$$g(x) = \left(8 - x^2\right)x^2 = 8x^2 - x^4$$

$$g'(x) = 16x - 4x^3$$

$$g'(x) = 0 \qquad 16x - 4x^3 = 0$$

$$4x\left(4 - x^2\right) = 0$$

$$4x = 0 \qquad 4 - x^2 = 0$$

$$x = 0 \qquad x = \pm 2$$

$$x = -2 \notin D(y)$$

$$y_{\max} = 2$$

Ответ: 2.

№6

$$\begin{cases} y - \sqrt{-x} = a, \\ y + x = 2; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = a + \sqrt{-x}, \\ y = 2 - x; \end{cases}$$

$$a + \sqrt{-x} = 2 - x$$

$$x + a + \sqrt{-x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{-x} = t,\ t \ge 0$$

$$-x = t^2$$

$$x = -t^2$$

$$-t^2 + t + a - 2 = 0$$

$$t^2 - t - a + 2 = 0$$

Система имеет единственное решение, если полученное уравнение имеет единственное неотрицательное решение

1) $\begin{cases} D=0, \\ t_0 \ge 0 \end{cases}$ 2) $2-a<0-$ *корни разных знаков*

$t_0 = \dfrac{1}{2} > 0$ $a>2$

$D = 1-4(2-a) =$

$= 4a-7$

$D=0$

$4a-7=0$

$a = \dfrac{7}{4}$

Ответ: $a=\dfrac{7}{4}$, $a>2.$

С.М. Никольский,
11 класс, 2013 год
I вариант

№1

$$\sqrt{\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x}} = \frac{2}{\sqrt{1-x}}$$

ОДЗ: $1-x>0$

$\underline{x<1}$

$\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{4}{1-x}$

$\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{1-x}$

$1-x=3x$

$4x=1$

$x=\dfrac{1}{4}$

Ответ: $0,25.$

№2

$2(\sin x-\cos x)^2-\cos^2 2x=0$

Найти $\sin 2x.$

$2(\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x)-\cos^2 2x=0$

$2(1-\sin 2x)-(1-\sin^2 2x)=0$

$2-2\sin 2x-1+\sin^2 2x=0$

$\sin^2 2x - 2\sin 2x + 1 = 0$

$(\sin 2x - 1)^2 = 0$

$\sin 2x - 1 = 0$

$\sin 2x = 1$

Ответ :1.

№3

$y = \left(2\sqrt{x} - 3\right)e^{x+2}$

$D(y) = [0; +\infty)$

$y' = 2 \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot e^{x+2} + e^{x+2}\left(2\sqrt{x} - 3\right) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} \cdot e^{x+2} + e^{x+2}\left(2\sqrt{x} - 3\right) = e^{x+2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} - 3\right) = 0$

$\dfrac{1}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} - 3 = 0 \qquad e^{x+2} \neq 0$

$1 + 2x - 3\sqrt{x} = 0$

$\sqrt{x} = t, t \geq 0$

$2t^2 - 3t + 1 = 0$

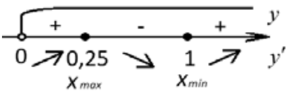
$D = 9 - 8 = 1$

$t = \dfrac{3 \pm 1}{4}$

$t_1 = 1 \qquad t_2 = \dfrac{1}{2}$

$\sqrt{x} = 1 \qquad \sqrt{x} = \dfrac{1}{2}$

$x = 1 \qquad x = \dfrac{1}{4}$



$x_{\max} = 0,25$

Ответ :0,25.

№4

$\left(x^2 - 5x - 6\right)\log_7\left(x + 2\right) \geq 0$

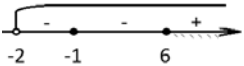
ОДЗ : $x + 2 > 0$

$\underline{x > -2}, \; x \in (2; +\infty)$

$x^2-5x-6=0 \qquad \log_7(x+2)=0$

$x_1=6\ \ x_2=-1 \qquad x+2=1$

$x=-1$



$x\in\{-1\}\cup[-6;+\infty)$

$Ответ:\{-1\}\cup[-6;+\infty).$

№5

$$6^{2x+1}+\left(\frac{1}{6}\right)^{1-2x}-36^{x-1}=1326$$

$$6\cdot6^{2x}+6^{2x-1}-6^{2x-2}=1326$$

$$6^{2x-2}\left(6^3+6-1\right)=1326$$

$$6^{2x-2}\left(216+6-1\right)=1326$$

$$6^{2x-2}\cdot221=1326$$

$$6^{2x-2}=1326:221$$

$$6^{2x-2}=6$$

$$2x-2=1$$

$$2x=3$$

$$x=1,5$$

$Ответ:1,5.$

№6

$$\left(4\cos^2x-3\cos x-1\right)\log_5(\sin x)=0$$

$ОДЗ:\sin x>0,\ x\in\left(2\pi n;\pi+2\pi n\middle|n\in\mathbf{Z}\right)$

$4\cos^2x-3\cos x-1=0 \qquad \log_5(\sin x)=0$

$\cos x=t, t\in[-1;1] \qquad \sin x=1$

$4t^2-3t-1=0 \qquad x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbf{Z}$

$D=9+16=25$

$$t=\frac{3\pm5}{8}$$

$t_1 = 1$ $\qquad\qquad$ $t_2 = -\dfrac{1}{4}$

$\cos x = 1$ $\qquad\qquad$ $\cos x = -\dfrac{1}{4}$

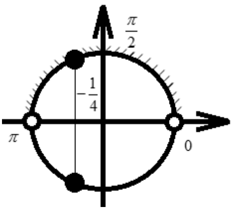
$x = 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{я} = \pm \arccos\left(-\dfrac{1}{4}\right) + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$

$(не\, входит\, в\, ОДЗ)$ $\qquad\qquad$ $x = \pm\left(\pi - \arccos\dfrac{1}{4}\right) + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$

$$x = -\pi + \arccos\frac{1}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}\text{-}$$

$$(не\, входит\, в\, ОДЗ)$$

$$x = \pi - \arccos\frac{1}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}\text{-}$$



$Ответ: \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$

$\qquad \pi - \arccos\dfrac{1}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

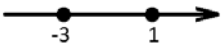
А.Г. Мордкович,
11 класс, 2014 год

№1

$y = |x+3| + |1-x|$

$x + 3 = 0 \quad 1 - x = 0$

$x = -3 \qquad x = 1$



$1) x < -3$

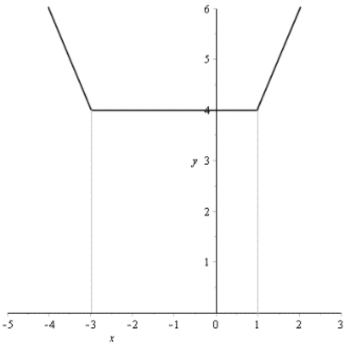
$\quad y = -x - 3 + 1 - x = -2x - 2$

$2) -3 \le x \le 1$

$\quad y = x + 3 + 1 - x = 4$

$3) x>1$

$y=x+3-1+x=2x+2$



№2

$$y=\frac{8}{\cos x-5}$$

$$-1\le\cos x\le 1$$

$$-6\le\cos x-5\le -4$$

$$-\frac{1}{4}\le\frac{1}{\cos x-5}\le-\frac{1}{6}$$

$$-\frac{8}{4}\le\frac{8}{\cos x-5}\le-\frac{8}{6}$$

$$-2\le\frac{8}{\cos x-5}\le-\frac{4}{3}$$

$$E(y)=\left[-2;-\frac{4}{3}\right]$$

№3

$$g(x)=x^3+\left(\sqrt{5-12x}\right)^2$$

$$y=15x-2$$

$$D(g):5-12x\ge 0$$

$$12x\le 5$$

$$x\le\frac{5}{12}$$

$$g(x)=x^3-12x+5$$

$$g'(x)=3x^2-12 \qquad g'(x)=k$$

$3x^2-12=15$

$3x^2=27$

$x^2=9$

$x_1=3 \qquad x_2=3(\text{не входит в ОДЗ})$

$Ответ:-3.$

№4

3 июля	4 июля	5 июля	6 июля
x	$x_{0,8}$	$x_{0,8}$	$0_{0,2}$
x	$0_{0,2}$	$x_{0,2}$	$0_{0,2}$
x	$x_{0,8}$	$0_{0,2}$	$0_{0,8}$
x		$0_{0,8}$	$0_{0,8}$

$P=0,8\cdot0,8\cdot0,2+0,2\cdot0,2\cdot0,2+0,8\cdot0,2\cdot0,8+0,2\cdot0,8\cdot0,8=$

$=0,128+0,008+0,128+0,128=0,392$

$Ответ:0,392.$

№5

$\sqrt{5\sin x+\cos 2x}+2\cos x=0,\ [-2\pi;-0,5\pi]$

$\sqrt{5\sin x+\cos 2x}=-2\cos x$

$ОДЗ:\cos x\le 0, x\in\left[\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{3\pi}{2}+2\pi n \middle| n\in\mathbf{Z}\right]$

$5\sin x+\cos 2x=4\cos^2 x$

$5\sin x+1-2\sin^2 x=4\left(1-\sin^2 x\right)$

$5\sin x+1-2\sin^2 x-4+4\sin^2 x=0$

$2\sin^2 x+5\sin x-3=0$

$\sin x=t, t\in[-1;1]$

$2t^2+5t-3=0$

$D=25+24=49$

$t=\frac{-5\pm7}{4}$

$t_1=-3-\text{не удовлетворяет условию } t\in[-1;1]$

$t_2=\frac{1}{2}$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}\left(\textit{не входит в ОДЗ}\right); \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} \end{array}\right.$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$$

$$-2\pi \le \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \le -\frac{\pi}{2}$$

$$-2 \le \frac{5}{6} + 2n \le -\frac{1}{2}$$

$$-12 \le 5 + 12n \le -3$$

$$-17 \le 12n \le -8$$

$$-\frac{17}{12} \le n \le -\frac{8}{12}$$

$$n = -1$$

$$x = \frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6}$$

$$\textit{Ответ}: а) x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

$$б) -\frac{7\pi}{6}.$$

С.М. Никольский, 11 класс
2014 год
Вариант I

№1

$$tg\alpha = -0,75.\ \textit{Найти} \cos 2\alpha.$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$\cos^2\alpha = \frac{16}{25}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\cdot\frac{16}{25} - 1 = \frac{32}{25} - \frac{25}{25} = \frac{7}{25}.$

$Ответ: \frac{7}{25}.$

№2

$3\cdot 9^{\frac{1}{\log_x 9}} = -6x + 18$

$ОДЗ: \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$

$3\cdot 9^{\log_9 x} = -6x + 18$

$3x = -6 + 18$

$9x = 18$

$x = 2$

$Ответ: 2.$

№3

$y = 7 + 6x - 2x^{\frac{3}{2}}, [0;3]$

$y' = 6 - 2\cdot\frac{3}{2}\cdot x^{\frac{1}{2}} = 6 - 3\sqrt{x}$

$6 - 3\sqrt{x} = 0$

$3\sqrt{x} = 6$

$\sqrt{x} = 2$

$x = 4 \notin [0;3]$

$y(0) = 7$

$y(3) = 7 + 18 - 2\cdot 3^{\frac{3}{2}} = 25 - 2\sqrt{27} = 25 - 6\sqrt{3}$

$y_{наим} = 7$

$Ответ: 7.$

№4

$-\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1} - 36^x\right) \leq 2$

$-\log_{5^{-\frac{1}{2}}}\left(6^{x+1} - 36^x\right) \leq 2$

$2\log_5\left(6^{x+1} - 36^x\right) \leq 2$

$$\log_5\left(6^{x+1}-36^x\right)\le 1$$

$$\log_5\left(6^{x+1}-36^x\right)\le \log_5 5$$

Функция $y=\log_5 t$ возрастает на R_+, значит

$$\begin{cases}6^{x+1}-36^x>0,\\ 6^{x+1}-36^x\le 5.\end{cases}$$

$1)6^{x+1}-36^x>0$

$6^{x+1}>6^{2x}$

$x+1>2x, так\, как\, функци\, y=6^t\, возрастает$

$x<1$

$x\in\left(-\infty;1\right)$

$2)6^{x+1}-36^x\le 5$

$36^x-6\cdot 6^x+5\ge 0$

$6^x=t, t>0$

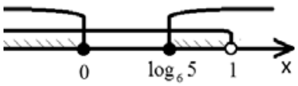
$t^2-6t+5\ge 0$

$t_1=1 \quad t_2=5$

$$\left[\begin{array}{l}t\le 1;\\ t\ge 5;\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}6^x\le 1;\\ 6^x\ge 5;\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}x\le 0;\\ x\ge \log_6 5\end{array}\right.$$

$x\in\left(-\infty;0\right]\cup\left[\log_6 5;+\infty\right)$

$3)\log_6 5<1$



$x\in\left(-\infty;0\right]\cup\left[\log_6 5;1\right)$

$Ответ:\left(-\infty;0\right]\cup\left[\log_6 5;1\right).$

№5

$$\sqrt{-1+\frac{3}{\sqrt{2}}\cos x}=-\sin x$$

$ОДЗ:\sin x\le 0$

$$-1+\frac{3}{\sqrt{2}}\cos x=\sin^2 x$$

$$-\sqrt{2}+3\cos x=\sqrt{2}\left(1-\cos^2 x\right)$$

$$-\sqrt{2}+3\cos x=\sqrt{2}-\sqrt{2}\cos^2 x$$

$$\sqrt{2}\cos^2 x+3\cos x-2\sqrt{2}=0$$

$$\cos x=t, t\in[-1;1]$$

$$\sqrt{2}t^2+3t-2\sqrt{2}=0$$

$$D=9+16=25$$

$$t=\frac{-3\pm 5}{2\sqrt{2}}$$

$$t_1=-\frac{8}{2\sqrt{2}}=-\frac{4}{\sqrt{2}}-\textit{не удовлетворяет условию}\ t\in[-1;1]$$

$$t_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in\mathbf{Z}$$

$$x=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in\mathbf{Z}-\textit{не удовлетворяет условию}\sin x<0$$

$$x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in\mathbf{Z}$$

$$\textit{Ответ}:-\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in\mathbf{Z}.$$

Алексеева В.Н. Баданова Т.А. Фадеева С.Д.

Методические рекомендации и учебные материалы для организации подготовки обучающихся 10-х–11-х классов по программам профильного уровня

Подписано в печать 08.09.2016.
Формат 60х84/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Усл. печ. л. 5,75,5. Тираж 200 экз. Зак. № 415.

Отпечатано «Наша Полиграфия»,
г.Калуга, Грабцевское шоссе, 126.
Лиц. ПЛД № 42-29 от 23.12.99
т. (4842) 77-00-75